智慧学习 科学检测 轻松夺冠

名校金学典

济南出版社

新课程 学习与检测

数学

九年级·下册

学练考一本通

★ 二十年畅销品牌

★ 权威教研团队编写

★ 助你成就最好的自己

济南出版社

第一章　直角三角形的边角关系

§1　锐角三角函数

第 1 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1　在 Rt△ABC 中，锐角 A 的__________记作 tan A，tan $A=\dfrac{\angle A\text{ 的(　　)}}{\angle A\text{ 的(　　)}}$.

知识点 2　梯子的倾斜程度、山坡的坡度可以用______来描述.

明确目标，把握新知

目标 1　理解正切的意义

典型例题 1

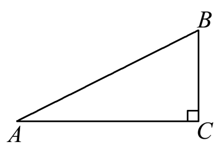
如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$. 已知 $AC=4$，tan $A=\dfrac{1}{2}$，则 BC 的长是（　　）

A. 2

B. 8

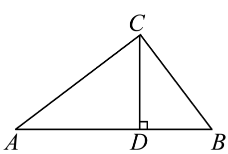
C. $2\sqrt{5}$

D. $4\sqrt{5}$



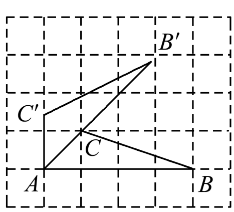
跟踪变式 1

如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=8$，$BC=6$，$CD\perp AB$，垂足为 D，则 tan$\angle BCD$ 的值是______.



核心强化 1

1. 如图所示，A，B，C 三点在正方形网格线的交点处，若将△ABC 绕着点 A 按逆时针方向旋转得到△$AB'C'$，则 tan B'的值为（　　）

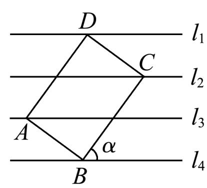


A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$AB=5$，则 tan B 的值为（　　）

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

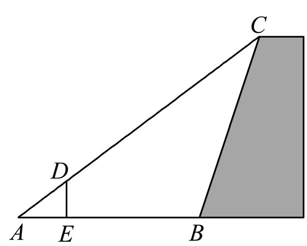
3. 已知直线 $l_1\parallel l_2\parallel l_3\parallel l_4$，相邻的两条平行直线间的距离均为 h，矩形 $ABCD$ 的四个顶点分别在这四条直线上，放置方式如图所示. 若 $AB=4$，$BC=6$，则 tan $\alpha=$______.



目标 2　坡度的有关计算

典型例题 2

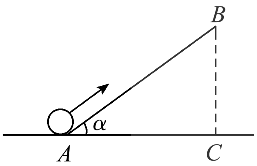
如图所示，为了测量山坡护坡石坝的坡度（坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度），把一根长 5 m的竹竿 AC 斜靠在石坝旁，量出杆长 1 m 处的 D 点离地面的高度 $DE=0.6$ m，又量得杆底与坝脚的距离 $AB=3$ m，则石坝的坡度为（　　）



A. $\dfrac{3}{4}$　　B. 3　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. 4

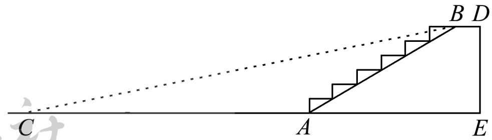
跟踪变式 2

如图所示，斜坡 AB 的倾斜角为 α，且坡度为 3∶4．若 $AB=20$，则 $BC=$__________．

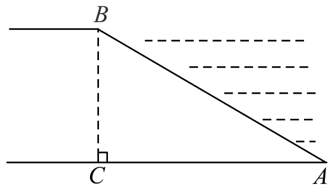


核心强化 2

1．如图所示，某公园入口处原有一段台阶，其倾角 $\angle BAE=30^\circ$，高 $DE=2$ m．为方便残疾人士，拟将台阶改为斜坡．设台阶的起点为 A，斜坡的起点为 C，现设计斜坡 BC 的坡度 $i=1:5$，则 AC 的长是__________．



2．某水库堤坝的横断面如图所示，迎水坡 AB 的坡度是 $1:\sqrt{3}$，堤坝高 $BC=50$ m，则 $AB=$________．

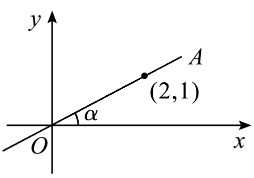


自我测试，查缺补漏

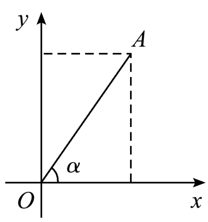
一、单项选择题

1．如图所示，在平面直角坐标系中，直线 OA 过点 $(2,1)$，则 $\tan\alpha$ 的值是（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2



第 1 题图

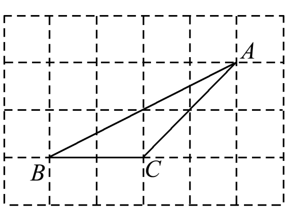


第 2 题图

2．如图所示，点 $A(t,3)$ 在第一象限，OA 与 x 轴所夹的锐角为 α．若 $\tan\alpha=\frac{3}{2}$，则 t 的值是（　　）

A．1　　B．1.5　　C．2　　D．3

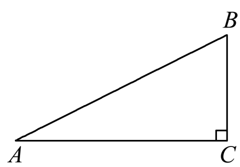
3．如图所示，这是放置在正方形网格中的一个 $\triangle ABC$，则 $\tan\angle ABC$ 的值是（　　）



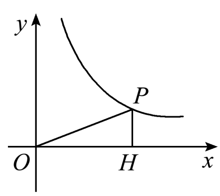
A．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．2　　D．$\frac{1}{2}$

二、填空题

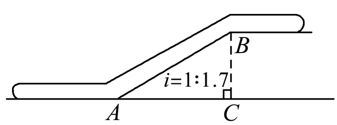
4．如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=2$，$BC=1$，则 $\tan A=$________．



5．如图所示，点 $P(12,a)$ 在反比例函数 $y=\frac{60}{x}$ 的图象上，$PH\perp x$ 轴于点 H，则 $\tan\angle POH=$______________．

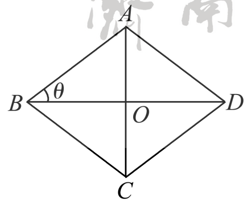


6．如图所示，某商店营业大厅自动扶梯 AB 的坡度为 $i=1:1.7$，过点 B 作 $BC\perp AC$，垂足为 C．若大厅水平距离 AC 的长为 5.1 m，则两层之间的高度 BC 为________．

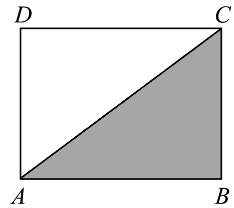


三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 如图所示,菱形的两条对角线分别是 16 和 12,较长的一条对角线与菱形的一边的夹角为 θ,求 $\tan\theta$的值.



8. 已知 AB 是水平地面,$BC\perp AB$,$DC\parallel AB$,$AD\parallel BC$.若在点 D 处测得 $AD=3$,$DC=4$,求斜坡 AC 的坡度.



用时:______分钟

评价:真棒　有进步　加油

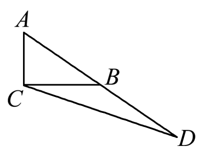
开阔视野,拓展提升

一、单项选择题

1. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$\tan A\cdot\tan B$ 的值 (　　)

A. 等于 1　B. 大于 1　C. 小于 1　D. 不确定

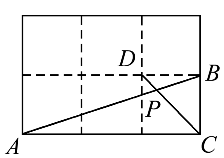
2. 如图所示,延长 Rt△ABC 的斜边 AB 到点 D,使 $BD=AB$,连接 CD. 若 $\tan\angle BCD=\frac{1}{3}$,则$\tan A$的值是 (　　)



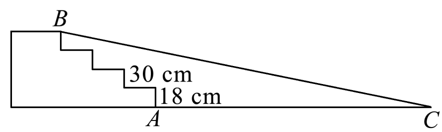
A. 1　B. $\frac{2}{3}$　C. 9　D. $\frac{3}{2}$

二、填空题

3. 如图所示,在边长相同的小正方形网格中,点 A,B,C,D 都在这些小正方形的顶点上,AB 与 CD 相交于点 P,则 $\tan\angle APD=$________.



4. 如图所示,某单位门前原有四级台阶,每级台阶的高为 18 cm,宽为 30 cm. 为方便残疾人士,拟将台阶改成斜坡. 设台阶的起点为 A,斜坡的起点为 C,准备设计斜坡 BC 的坡度 $i=1:5$,则 AC 的长是________.

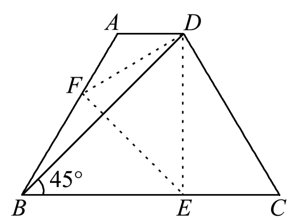


三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 如图所示,在等腰梯形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$,$\angle DBC=45°$. 翻折梯形 $ABCD$,使点 B 与点 D 重合,折痕分别交 AB,BC 于点 F,E. 已知$AD=2$,$BC=8$.

(1)求 BE 的长.

(2)求$\angle CDE$ 的正切值.



用时:______分钟

评价:真棒　有进步　加油

第 2 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1 在 Rt$\triangle ABC$ 中，锐角 A 的________________记作 $\sin A$，$\sin A=$________．锐角 A 的________________记作 $\cos A$，$\cos A=$________．

知识点 2 锐角 A 的三角函数包括________、________、________．

知识点 3 梯子的倾斜程度与 $\sin A$ 和 $\cos A$ 有如下关系：

$\sin A$ 的值越________，梯子越陡；

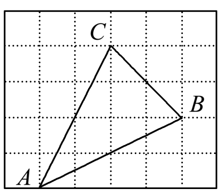
$\cos A$ 的值越________，梯子越陡．

明确目标，把握新知

目标 1 理解正弦的意义

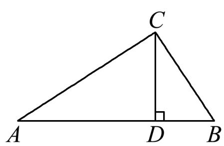
典型例题 1

如图所示，网格中的每个小正方形的边长都是 1，且$\triangle ABC$ 的顶点都在网格的交点处，则 $\sin A=$________．



跟踪变式 1

在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$ 于点 D．下列式子中，不能用来表示 $\sin B$ 的是（　　）



A. $\dfrac{CD}{BC}$　　B. $\dfrac{AC}{AB}$　　C. $\dfrac{AD}{AC}$　　D. $\dfrac{CD}{AC}$

核心强化 1

1. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$，$AB=5$，则 $\sin B$的值为（　　）

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，$AB=10$，则 AC 的长为（　　）

A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

3. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=41$，$\sin A=\dfrac{9}{41}$，则 $AC=$________，$BC=$________．

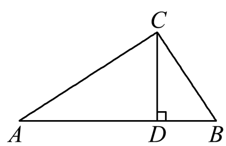
4. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，已知$\angle C=90^\circ$，$AB=15$，$AC=9$，分别求出 $\sin A$ 和 $\tan B$ 的值．

目标 2 理解余弦的意义

典型例题 2

如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，CD 是斜边 AB 上的高．下列线段的比值中，能表示 $\cos A$的有（　　）

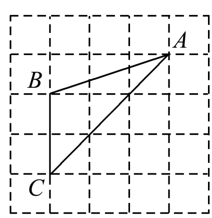
①$\dfrac{AD}{AC}$　②$\dfrac{AC}{AB}$　③$\dfrac{BD}{BC}$　④$\dfrac{CD}{BC}$



A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

跟踪变式 2

如图所示，已知$\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，则 $\cos A$ 的值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

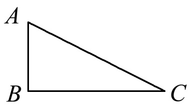
C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

核心强化 2

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=2$，$BC=1$，则 $\cos A$的值是　（　　）

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　D. $\frac{1}{2}$

2. 如图所示，在△ABC 中，$\angle B=90°$，$BC=2AB$，则 $\cos A$的值是　（　　）

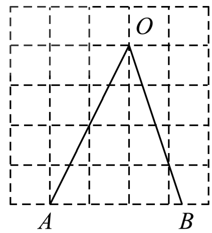


A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\cos A=\frac{4}{5}$，$BC=6$ cm，则 AC 的长为　（　　）

A. 9 cm　B. 8 cm　C. 7 cm　D. 6 cm

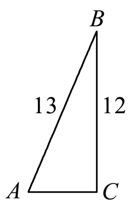
4. 在正方形网格中，$\angle AOB$ 按如图所示方式放置，则$\cos\angle AOB=$________.



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$BC=12$，则下列三角函数中，表示正确的是　（　　）



A. $\sin A=\frac{12}{13}$

B. $\cos A=\frac{12}{13}$

C. $\tan A=\frac{5}{12}$

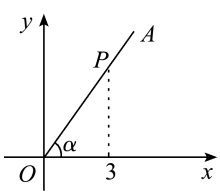
D. $\tan B=\frac{12}{5}$

2. 如果在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{1}{2}$，那么下列等式中不正确的是　（　　）

A. $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$　B. $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\tan B=\sqrt{3}$

3. 如图所示，P 是$\angle\alpha$ 的边 OA 上一点，且点 P 的横坐标为 3. 若 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\tan\alpha$ 的值是　（　　）



A. $\frac{3}{5}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{4}{3}$　D. $\frac{4}{5}$

二、填空题

4. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=5$，$AB=13$，则 $\sin A=$________.

5. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，若 $\sin A=\frac{3}{5}$，则 $\cos B=$________.

6. 在△ABC 中，若 $AB=AC=10$，$\sin C=\frac{4}{5}$，则 $BC=$________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$BC=20$，求△ABC 的周长和面积.

用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin^2 A+\cos^2 A$ 的值（　　）

A. 等于 1　　B. 大于 1

C. 小于 1　　D. 不确定

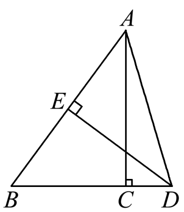
2. 当锐角 $A>30^\circ$时，$\angle A$ 的余弦值（　　）

A. 小于$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. 大于$\frac{\sqrt{3}}{2}$

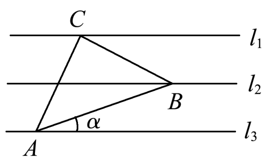
C. 大于$\frac{1}{2}$　　D. 小于$\frac{1}{2}$

二、填空题

3. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$BC=3$，$AC=\sqrt{15}$，AB 的垂直平分线 ED 交 BC 的延长线于点 D，垂足为 E，则 $\sin\angle CAD=$________.



第 3 题图



第 4 题图

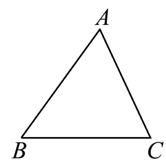
4. 如图所示，已知 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，相邻两条平行直线间的距离相等. 若等腰 Rt△ABC 的三个顶点分别在这三条平行直线上，则 $\sin\alpha=$________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 如图所示，已知锐角△ABC.

（1）过点 A 作 BC 边的垂线 MN，交 BC 于点 D.（用尺规作图法，保留作图痕迹，不要求写作法）

（2）在第（1）题的条件下，若 $BC=5$，$AD=4$，$\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求 DC 的长.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

§2　30°，45°，60°角的三角函数值

自主学习，梳理新知

知识点　特殊角的三角函数值：

角 α / 三角函数值 / 三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

随着锐角的增大，$\sin\alpha$ ________，$\cos\alpha$ ________，$\tan\alpha$ ________.

明确目标，把握新知

目标 1　30°,45°,60°角的三角函数值

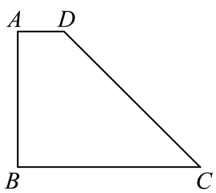
典型例题 1

因为 $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 210°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\cos 210°=\cos(180°+30°)=-\cos 30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 我们发现：一般地，当 α 为锐角时，有 $\cos(180°+\alpha)=-\cos\alpha$. 由此可知，$\cos 240°$ 的值是（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\sqrt{3}$

跟踪变式 1

如图所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，$\angle B=90°$，$\angle C=45°$. 已知 $AD=1$，$BC=4$，则 $CD=$______________.



核心强化 1

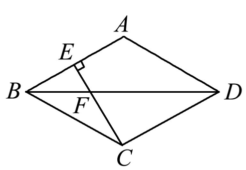
1. $\cos 60°$ 的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $2\sin 45°$ 的值是（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

3. 如图所示，BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线，$CE\perp AB$ 于点 E，交 BD 于点 F，且 E 是 AB 的中点，则 $\tan\angle BFE$ 的值是（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

4. 求下列各式的值：

(1) $2\sin 45°+\tan 30°\cdot\cos 30°-\sqrt{2}$.

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\tan 45°+4\sin 60°-\sqrt{12}$.

目标 2　会由特殊角的三角函数值求角度

典型例题 2

在 $\triangle ABC$ 中，若角 A，B 满足 $\left|\cos A-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$，则 $\angle C$ 的度数是（　　）

A. 45°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 105°

跟踪变式 2

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=\sqrt{6}$，$BC=\sqrt{3}$，则 $\angle A$ 的度数是（　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

核心强化 2

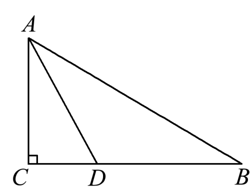
1. 已知 α 是锐角，$\sin\alpha=\cos 60°$，则 α 的度数是（　　）

A. 30°　　B. 45°
C. 60°　　D. 不能确定

2. 已知 α 为锐角，且 $\cos(90°-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\alpha=$______________.

3. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$ 都是锐角，且 $\sin A=\frac{1}{2}$，$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\triangle ABC$ 的形状是______________.

4. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若 $AC=\sqrt{3}$，求线段 AD 的长.



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. tan 45°的值是 （　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

2. 在△ABC 中，已知∠A，∠B 都是锐角，且$\left|\sin A-\frac{1}{2}\right|+(\sqrt{3}-\tan B)^2=0$，那么∠$C$ 的度数为 （　　）

A. 75°　　B. 90°

C. 105°　　D. 120°

3. 若锐角 α 满足 $\cos\alpha<\frac{\sqrt{2}}{2}$且 $\tan\alpha<\sqrt{3}$，则 α 的取值范围是 （　　）

A. $30°<\alpha<45°$

B. $45°<\alpha<60°$

C. $60°<\alpha<90°$

D. $30°<\alpha<60°$

二、填空题

4. 等腰三角形的一腰长为 6 cm，底边长为 $6\sqrt{3}$ cm，则其底角的度数为________.

5. 在△ABC 中，已知∠$A=75°$，$2\cos B=\sqrt{2}$，则 $\tan C=$________.

6. 已知 α 为锐角，且 $\sin(\alpha-10°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\alpha=$____________.

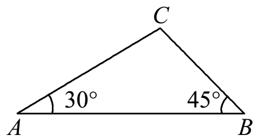
三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 计算：

(1) $\sqrt{3}\cos 30°+\sqrt{2}\sin 45°$.

(2) $\frac{\tan 45°-\cos 60°}{\sin 60°}\cdot\tan 30°$.

8. 如图所示，在△ABC 中，∠$A=30°$，∠$B=45°$. 若 $AC=2\sqrt{3}$，求 AB 的长.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

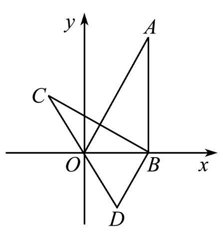
一、单项选择题

1. 已知∠A 为锐角，且 $\cos A\leqslant\frac{1}{2}$，下列判断正确的是 （　　）

A. 0°<∠A≤60°　　B. 60°≤∠A<90°

C. 0°<∠A≤30°　　D. 30°≤∠A<90°

2. 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=\sqrt{3}x$ 经过点 A，作 $AB\perp x$ 轴于点 B. 将△ABO 绕点 B 按逆时针方向旋转 60°得到△CBD. 若点 B 的坐标为(2，0)，则点 C 的坐标为 （　　）



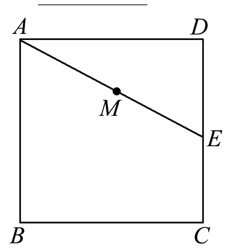
A. $(-1,\sqrt{3})$　　B. $(-2,\sqrt{3})$

C. $(-\sqrt{3},1)$　　D. $(-\sqrt{3},2)$

二、填空题

3. 在△ABC 中，∠$C=90°$，若 $3AC=\sqrt{3}BC$，则∠A 的度数是________，cos B 的值是________.

4. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 3 cm，E 为 CD 边上一点，∠$DAE=30°$，M 为 AE 的中点，过点 M 作直线分别与 AD，BC 相交于点 P，Q. 若 $PQ=AE$，则 $AP=$________________.



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 阅读下面的材料，先完成阅读填空，再将要求答题：

$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$，$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ=$

________；　①

$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=$

________；　②

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$，则$\sin^2 60^\circ+\cos^2 60^\circ=$

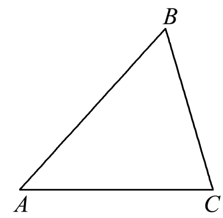
________；　③

……

观察上述等式，猜想：对任意锐角 A，都有$\sin^2 A+\cos^2 A=$________.　④

(1)如图所示，在锐角△ABC 中，利用三角函数的定义及勾股定理对∠A 证明你的猜想.

(2)已知∠A 为锐角($\cos A>0$)，且 $\sin A=\frac{3}{5}$，求 $\cos A$ 的值.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

§3　三角函数的计算

自主学习，梳理新知

知识点 1　利用计算器求锐角的三角函数值：

$\sin 40^\circ=$________，$\cos 15^\circ=$________，$\tan 52.6^\circ=$________.

知识点 2　会用计算器由三角函数值求相应的锐角.

已知三角函数值，用计算器求锐角 A.(角度精确到 $1''$)

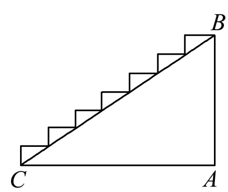
(1)已知 $\sin A=0.303\,5$，则∠$A=$________.

(2)已知 $\cos A=0.107\,8$，则∠$A=$________.

(3)已知 $\tan A=7.503\,1$，则∠$A=$________.

知识点 3　利用三角函数解决实际问题：

某楼梯的侧面如图所示，已测得 BC 的长约为 3.5 米，∠BCA 约为 35°，则该楼梯的高度 AB 约为________.



明确目标，把握新知

目标 1　用计算器求锐角的三角函数值

典型例题 1

使用计算器求下列三角函数值(精确到 0.000 1)：

(1)$\sin 71^\circ 24'$.

(2)$\cos 54^\circ 21' 18''$.

(3)$\tan 21^\circ 17' 23''$.

跟踪变式 1

用计算器计算：$\sin 18°+\cos 55°-\tan 59°$.（精确到 0.000 1）

核心强化 1

用计算器求 $\tan 26°$，$\cos 27°$，$\sin 28°$的值，它们的大小关系是（　　）

A. $\tan 26°<\cos 27°<\sin 28°$

B. $\tan 26°<\sin 28°<\cos 27°$

C. $\sin 28°<\tan 26°<\cos 27°$

D. $\cos 27°<\sin 28°<\tan 26°$

目标 2　已知三角函数值,用计算器求锐角的度数

典型例题 2

利用计算器求下列各角(精确到 $1'$)：

(1)已知 $\sin A=0.75$，求$\angle A$ 的度数.

(2)已知 $\cos B=0.888\ 9$，求$\angle B$ 的度数.

(3)已知 $\tan C=45.43$，求$\angle C$ 的度数.

跟踪变式 2

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC:AC=3:4$，运用计算器计算，$\angle A$ 的度数约为(精确到 $1°$)（　　）

A. $30°$　　B. $37°$　　C. $38°$　　D. $39°$

核心强化 2

已知锐角 α 的三角函数值，使用计算器求锐角 α 的度数(精确到 $1'$)：

(1)$\sin \alpha=0.247\ 6$.

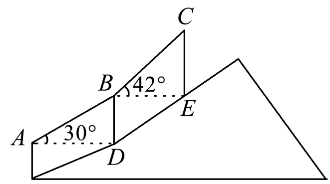
(2)$\cos \alpha=0.4$.

(3)$\tan \alpha=0.189$.

目标 3　利用三角函数解决实际问题

典型例题 3

如图所示，登山缆车从点 A 出发，途经点 B 后到达终点 C. 其中，AB 段与 BC 段的运行路程均为 200 m，且 AB 段的运行路线与水平面的夹角为 $30°$，BC 段的运行路线与水平面的夹角为 $42°$. 求缆车从点 A 运行到点 C 垂直上升的距离.（参考数据：$\sin 42°\approx0.67$，$\cos 42°\approx0.74$，$\tan 42°\approx0.90$）



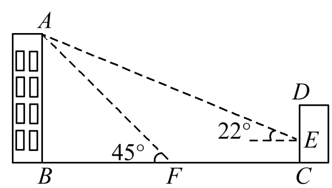
跟踪变式 3

如图所示，某校教学楼 AB 的后面有一建筑物 CD. 当光线与地面的夹角是 $22°$时，教学楼在建筑物的墙上留下高 2 m 的影子 CE；而当光线与地面的夹角是 $45°$时，教学楼的顶端 A 在地面上的影子 F 与墙角 C 有 13 m 的距离(点 B，F，C 在一条直线上).

(1)求教学楼 AB 的高度.

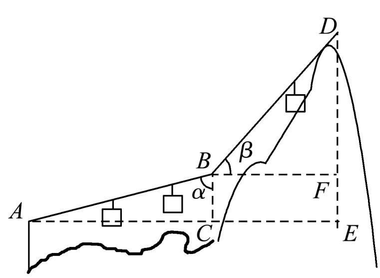
(2)学校要在 A，E 之间挂一些彩旗，请你求出 A，E 之间的距离.（结果保留整数）

（参考数据：$\sin 22°\approx\frac{3}{8}$，$\cos 22°\approx\frac{15}{16}$，$\tan 22°\approx\frac{2}{5}$）



核心强化 3

如图所示，游客在点 A 处坐缆车出发，沿 $A\to B\to D$ 的路线可至山顶 D 处. 假设 AB 和 BD 都是直线段，且 $AB=BD=600$ m，$\alpha=75°$，$\beta=45°$，求 DE 的长.（参考数据：$\sin 75°\approx0.97$，$\cos 75°\approx0.26$，$\sqrt{2}\approx1.41$）



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$. 已知 $\angle B=35°$，$AB=7$，则 BC 的长为　　（　　）

　A. $7\sin 35°$　　B. $\dfrac{7}{\cos 35°}$

　C. $7\cos 35°$　　D. $7\tan 35°$

2. 若 $\tan\alpha=11.43$，则 α 的度数约为　　（　　）

　A. 35°　　B. 48°　　C. 76°　　D. 85°

3. 下列说法正确的是　　（　　）

　A. 若 α 为锐角，则 $0\leqslant\sin\alpha\leqslant 1$

　B. $\cos 30°+\cos 30°=\cos 60°$

　C. 若 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互余，则 $\tan A\cdot\tan B=1$

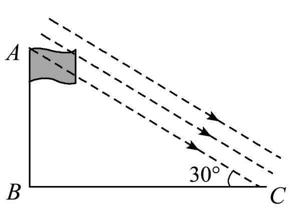
　D. 若 α_1，α_2 为锐角，且 $\alpha_1<\alpha_2$，则 $\cos\alpha_1<\cos\alpha_2$

二、填空题

4. 已知 $\sin\theta=0.829\ 04$，则 $\angle\theta=$________.（精确到 1°）

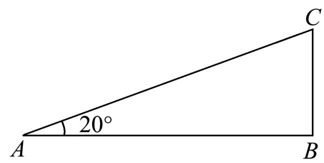
5. 用科学计算器计算：$\sin 69°=$________.（精确到 0.01）

6. 课外活动小组测量学校旗杆的高度. 如图所示，当太阳光线与地面成 30°角时，测得旗杆 AB 在地面上的投影 BC 的长为 24 m，则旗杆 AB 的高度约是________.（结果精确到 0.1，$\sqrt{3}\approx 1.732$）



三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 小明同学在距某电视塔塔底水平距离 500 m 处，看塔顶的仰角为 20°（不考虑身高因素），求此电视塔的高度.（结果保留整数，参考数据：$\sin 20°\approx 0.342\ 0$，$\sin 70°\approx 0.939\ 7$，$\tan 20°\approx 0.364\ 0$，$\tan 70°\approx 2.747\ 5$）



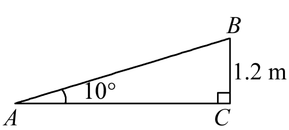
用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

1. 一个公共房门前的台阶高出地面 1.2 m，台阶拆除后，换成供轮椅行走的斜坡，数据如图所示，则下列关系或说法正确的是　　（　　）



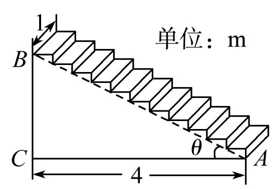
　A. 斜坡 AB 的坡度是 10°

　B. 斜坡 AB 的坡度是 $\tan 10°$

　C. $AC=1.2\tan 10°$ m

　D. $AB=\dfrac{1.2}{\cos 10°}$ m

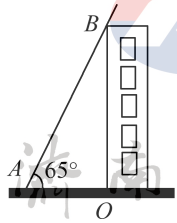
2. 一座楼梯的示意图如图所示，BC 是铅垂线，CA 是水平线，BA 与 CA 的夹角为 θ. 现要在楼梯上铺一条地毯，已知 $CA=4$ m，楼梯宽度为 1 m，则地毯的面积至少需要　　（　　）



　A. $\dfrac{4}{\sin\theta}$ m²　　B. $\dfrac{4}{\cos\theta}$ m²

　C. $\left(4+\dfrac{4}{\tan\theta}\right)$ m²　　D. $(4+4\tan\theta)$ m²

3. 如图所示,为测量一幢大楼的高度,在地面上距离楼底(点 O)20 m 的点 A 处,测得楼顶(点 B)的仰角 $\angle OAB=65°$,则这幢大楼的高度为 ( )

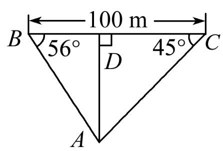


A. $\dfrac{20}{\cos 65°}$ B. $20\sin 65°$

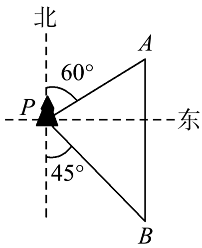
C. $\dfrac{20}{\tan 65°}$ D. $20\tan 65°$

二、填空题

4. 如图所示,为保护景区百里油菜花海,游客中心在 A 处修建通往百米观景长廊 BC 的两条栈道 AB,AC. 若 $\angle B=56°$,$\angle C=45°$,则 A 处到观景长廊 BC 的距离 AD 的长约为________.($\sin 56°\approx 0.8$,$\tan 56°\approx 1.5$)



第 4 题图

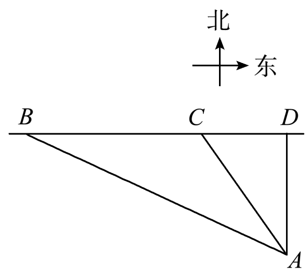


第 5 题图

5. 如图所示,一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 $60°$ 方向,距离灯塔 86 海里的 A 处,它沿正南方向航行一段时间后,到达位于灯塔 P 的南偏东 $45°$ 方向上的 B 处. 此时,B 处与灯塔 P 的距离约为________海里.(结果保留整数,参考数据:$\sqrt{3}\approx 1.7$,$\sqrt{2}\approx 1.4$)

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

6. 为保护渔民的生命财产安全,我国政府在南海海域新建了一批观测点和避风港. 某日,工作人员在观测点 A 处发现在其北偏西 $36.9°$ 方向的 C 处有一艘渔船正在作业,同时检测到在渔船正西方向的 B 处有一股强台风正以每小时 40 海里的速度向正东方向移动,于是,工作人员马上通知渔船到位于其正东方向的避风港 D 处进行躲避. 已知避风港 D 在观测点 A 的正北方向,台风中心 B 在观测点 A 的北偏西 $67.5°$ 方向,渔船 C 与观测点 A 相距 350 海里,台风中心的影响半径为 200 海里,渔船的速度为每小时 18 海里,渔船能否顺利躲避本次台风的影响?(参考数据:$\sin 36.9°\approx 0.6$,$\tan 36.9\approx 0.75$,$\sin 67.5\approx 0.92$,$\tan 67.5\approx 2.4$)



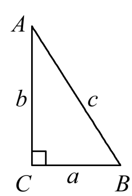
用时:______分钟

评价:真棒 有进步 加油

§4 解直角三角形

自主学习,梳理新知

知识点 如图所示,在直角三角形中,解直角三角形的公式:________________.



三边关系:____________________.

角的关系:$\angle A+\angle B=$________.

边角关系:$\sin A=$________,$\sin B=$________,$\cos A=$________,$\cos B=$________,$\tan A=$________,$\tan B=$________.

明确目标，把握新知

目标　会用解直角三角形的知识解决相关计算问题

典型例题

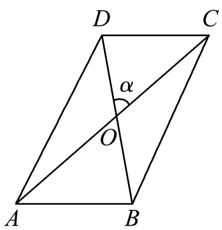
如图所示，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD相交所成的锐角为α. 若$AC=a$，$BD=b$，则▱$ABCD$的面积是（　　）

A. $\frac{1}{2}ab\sin\alpha$

B. $ab\sin\alpha$

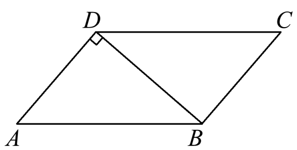
C. $ab\cos\alpha$

D. $\frac{1}{2}ab\cos\alpha$



跟踪变式

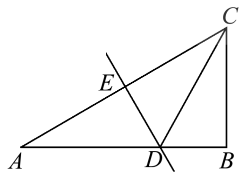
如图所示，在▱$ABCD$中，连接BD，$AD\perp BD$. 已知$AB=4$，$\sin A=\frac{3}{4}$，则▱$ABCD$的面积是____________.



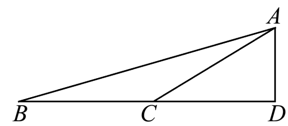
核心强化

1. 如图所示，在Rt△ABC中，$\angle ACB=60^\circ$，DE是斜边AC的中垂线，分别交AB，AC于D，E两点. 若$BD=2$，则AC的长是（　　）

A. 4　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 8　　D. $8\sqrt{3}$



第 1 题图

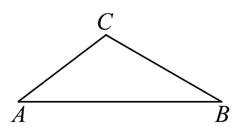


第 2 题图

2. 如图所示，$AC=BC=10$ cm，$\angle B=15^\circ$，$AD\perp BC$于点D，则AD的长为________.

3. 在△ABC中，若$AB=10$，$AC=2\sqrt{7}$，$\angle B=30^\circ$，则△ABC的面积为____________.

4. 如图所示，在△ABC中，$BC=12$，$\tan A=\frac{3}{4}$，$\angle B=30^\circ$，求AC和AB的长.



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 在Rt△ABC中，$\angle C=90^\circ$. 已知$AC=9$，$BC=12$，则点C到AB的距离是（　　）

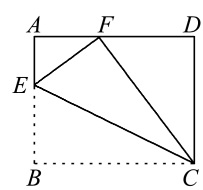
A. $\frac{9}{4}$　　B. $\frac{12}{25}$　　C. $\frac{36}{5}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

2. 在Rt△ABC中，$\angle C=90^\circ$. 已知$AB=6$，$\cos B=\frac{2}{3}$，则BC的长为（　　）

A. 4　　B. $2\sqrt{5}$

C. $\frac{18\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{12\sqrt{13}}{13}$

3. 如图所示，在矩形$ABCD$中，点E在AB边上. 沿CE折叠矩形$ABCD$，使点B落在AD边上的点F处. 若$AB=4$，$BC=5$，则$\tan\angle AFE$的值为（　　）

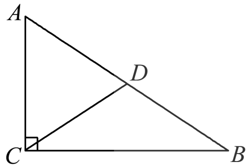


A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

二、填空题

4. 在△ABC中，已知$\angle C=90^\circ$，$\sin B=0.6$，则$\cos A=$________.

5. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，D 为斜边 AB 的中点. 若 $AB=10$ cm，则 $CD=$________.



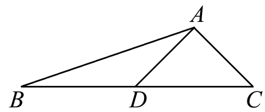
6. 已知一个直角三角形的两边的长分别是 3 和 4，则第三边长为__________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 如图所示，AD 是△ABC 的中线，$\tan B=\frac{1}{3}$，$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=\sqrt{2}$.

（1）求 BC 的长.

（2）求 $\sin\angle ADC$ 的值.



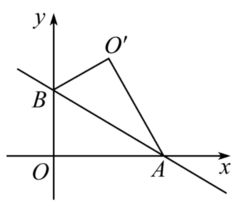
用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

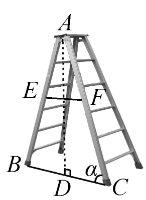
1. 如图所示，直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$ 与 x 轴，y 轴分别交于 A，B 两点，把△AOB 沿着直线 AB 翻折后得到△$AO'B$，则点 O' 的坐标是（　　）



A. $(\sqrt{3},3)$　　B. $(\sqrt{3},\sqrt{3})$

C. $(2,2\sqrt{3})$　　D. $(2\sqrt{3},4)$

2. 如图所示，已知“人字梯”的 5 个踩档把梯子等分成 6 份，从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条 60 cm 长的绑绳 EF. 已知 $\tan\alpha=\frac{5}{2}$，则“人字梯”的顶端离地面的高度 AD 是（　　）



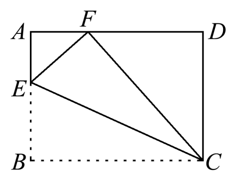
A. 144 cm　　B. 180 cm

C. 240 cm　　D. 360 cm

二、填空题

3. 在四边形 $ABCD$ 中，BD 是对角线，$\angle ABC=90^\circ$，$\tan\angle ABD=\frac{3}{4}$，$AB=20$，$BC=10$，$AD=13$，则线段 $CD=$__________.

4. 如图所示，将矩形 $ABCD$ 沿 CE 向上折叠，使点 B 落在 AD 边上的点 F 处. 若 $AE=\frac{2}{3}BE$，则长 AD 与宽 AB 的比值是__________.

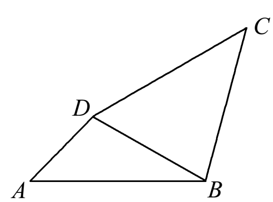


三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 如图所示，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=45^\circ$，$\angle ADB=\angle ABC=105^\circ$.

（1）若 $AD=2$，求 AB 的长.

（2）若 $AB+CD=2\sqrt{3}+2$，求 AB 的长.



用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

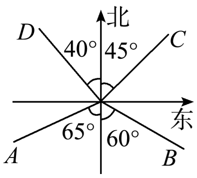
§5　三角函数的应用

自主学习，梳理新知

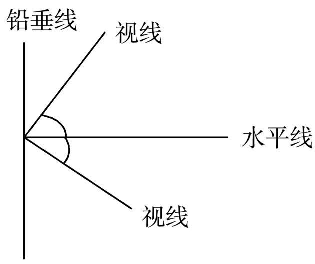
知识点 1　方位角：

如图所示，你能准确描述下列方向吗？

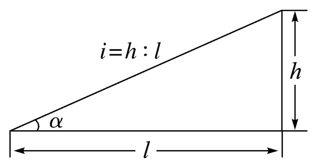
OA：________；OB：________；OC：________；OD：________.



知识点 1 图



知识点 2 图



知识点 3 图

知识点 2　仰角和俯角：

测量时，从下往上看视线与水平线所成的锐角叫作________，从上往下看视线与水平线的夹角叫作________. 请在图中相应的位置分别标明“仰角”和“俯角”.

知识点 3　坡度与坡角：

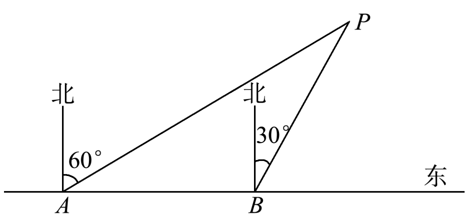
如图所示，坡面的铅垂高度(h)和水平长度(l)的比叫作坡面的坡度(或坡比)，记作 i，即 $i=\frac{h}{l}$. 坡度通常写成 $1:m$ 的形式，如 $i=1:6$. 坡面与水平面的夹角叫作坡角，记作 α，有 $i=\frac{h}{l}=\tan\alpha$. 显然，坡度越________，坡角 α 就越________，坡面就越________.

明确目标，把握新知

目标　三角函数的应用

典型例题

为了维护国家主权和海洋权利，海监部门对我国领海实现了常态化巡航管理. 如图所示，正在执行巡航任务的海监船以每小时 50 海里的速度向正东方向航行，在 A 处测得灯塔 P 在北偏东 60°方向上，继续航行 1 小时到达 B 处，此时测得灯塔 P 在北偏东 30°方向上.

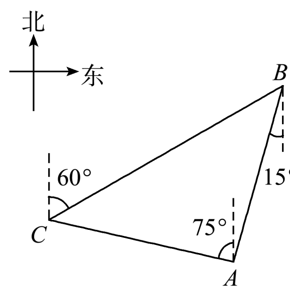


(1)求$\angle APB$ 的度数.

(2)已知在灯塔 P 的周围 25 海里内有暗礁，海监船继续向正东方向航行是否安全？

跟踪变式

如图所示，在某监测点 B 处望见一艘正在作业的渔船在南偏西 15°方向的 A 处. 若渔船沿北偏西 75°方向以



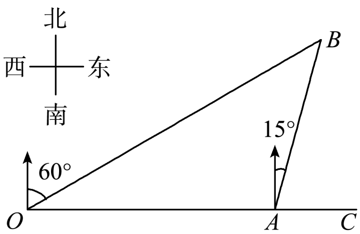
40 海里/小时的速度航行,航行半小时后到达 C 处,在 C 处观测到 B 在 C 的北偏东 60°方向上,则 B,C 之间的距离为 ( )

A. 20 海里　　B. $10\sqrt{3}$ 海里

C. $20\sqrt{2}$ 海里　　D. 30 海里

核心强化

1. 如图所示,港口 A 在观测站 O 的正东方向,$OA=4$ km.某船从港口 A 出发,沿北偏东 15°方向航行一段距离后到达 B 处,此时从观测站 O 处测得该船位于北偏东 60°方向,则该船航行的距离(即 AB 的长)为 ( )



A. 4 km　　B. $2\sqrt{3}$ km

C. $2\sqrt{2}$ km　　D. $(\sqrt{3}+1)$km

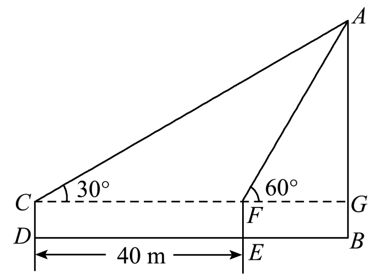
2. 一次数学课外活动时,数学兴趣小组的小进、阿芬和晓晨等人在校园里测量如图所示的教学楼 AB 的高度.

小进:我站在 D 处测得教学楼顶端 A 的仰角为 30°.

阿芬:我站在 E 处测得教学楼顶端 A 的仰角为 60°.

晓晨:我发现你俩所站的位置与教学楼 AB 正好在一条直线上,并测得你们的测角仪 CD,EF 的高度都是 1.5 m,且你们相距 40 m.

请你根据这三位同学对话,计算教学楼 AB 的高度.



自我测试,查缺补漏

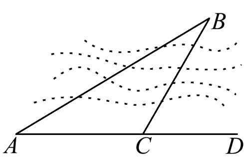
一、单项选择题

1. 在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,∠A,∠B,∠C 的对边分别是 a,b,c.当已知∠A 和 a 时,要求 c 的长,应选择的关系式是 ( )

A. $c=\dfrac{a}{\sin A}$　　B. $c=\dfrac{a}{\cos A}$

C. $c=a\cdot\tan A$　　D. $c=a\cdot\sin A$

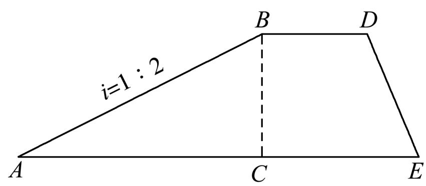
2. 如图所示,要测量点 B 到河岸 AD 的距离,在点 A 测得∠$BAD=30°$,在点 C 测得∠$BCD=60°$,又测得 $AC=100$ m,则点 B 到河岸 AD 的距离为 ( )



A. 100 m　　B. $50\sqrt{3}$ m

C. $\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$ m　　D. 50 m

3. 如图所示,这是拦水坝的横断面,斜坡 AB 的水平宽度为 12 m,斜面坡度为 1∶2,则斜坡 AB 的长为 ( )



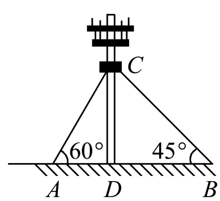
A. $4\sqrt{3}$ m　　B. $6\sqrt{5}$ m

C. $12\sqrt{5}$ m　　D. 24 m

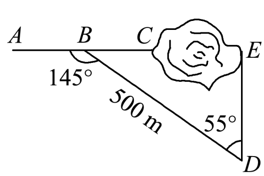
二、填空题

4. 等腰三角形的底角为 30°,底边长为 $2\sqrt{3}$,则腰长为________.

5. 如图所示,在电线杆上离地面高度 5 m 的 C 点处引两根拉线固定电线杆.一根拉线 AC 和地面所成夹角为 60°,则拉线 AC 的长度为________.



第 5 题图

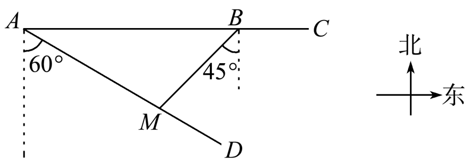


第 6 题图

6. 如图所示，某施工队沿 AC 方向开山修路. 为了加快施工进度，要在小山的另一边同时施工. 从 AC 上的一点 B，取 $\angle ABD=145^\circ$，$BD=500\ \text{m}$，$\angle D=55^\circ$. 要使点 A,C,E 在一条直线上，那么开挖点 E 与点 D 的距离是__________.

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 如图所示，某市对位于笔直公路 AC 上的两个小区 A,B 的供水路线进行优化改造. 供水站 M 在笔直公路 AD 上，测得供水站 M 在小区 A 的南偏东 60°方向，在小区 B 的西南方向，小区 A,B 之间的距离为 $300(\sqrt{3}+1)\text{m}$，求供水站 M 到小区 A,B 的距离.(结果可保留根号)

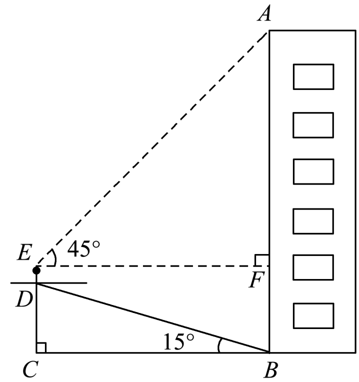


8. 小明为了测量楼房 AB 的高度，他从楼底的 B 处沿着斜坡向上行走 $20\ \text{m}$，到达坡顶 D 处. 已知斜坡的坡角为 15°.(以下计算结果精确到 $0.1\ \text{m}$)

(1)求小明此时与地面的垂直距离 CD 的值.

(2)小明的身高 ED 是 $1.6\ \text{m}$，他站在坡顶看楼顶 A 处的仰角为 45°，求楼房 AB 的高度.

(参考数据：$\sin 15^\circ\approx0.258\ 8$，$\cos 15^\circ\approx0.965\ 9$，$\tan 15^\circ\approx0.267\ 9$)



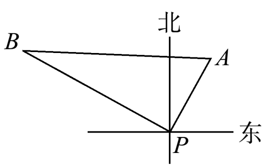
用时：______分钟

评价：

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

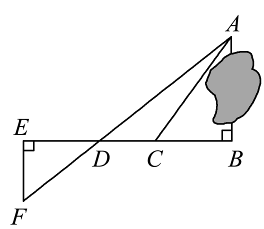
1. 如图所示，某时刻海上点 P 处有一客轮，测得灯塔 A 位于客轮 P 的北偏东 30°方向，且相距 20 海里. 客轮以 60 海里/时的速度沿北偏西 60°方向航行 $\frac{2}{3}$ 小时到达 B 处，那么 $\tan\angle ABP$ 的值是 (　　)



A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2. 为了测量被池塘隔开的 A,B 两点之间的距离，根据实际情况，作出图形，如图所示，其中 $AB\perp BE$，$EF\perp BE$，AF 交 BE 于点 D，点 C 在 BD 上. 有四位同学分别测量出以下四组数据，能根据所测数据，求出 A,B 间距离的有 (　　)

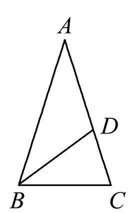
①$BC,\angle ACB$　②$CD,\angle ACB,\angle ADB$　③EF,DE,BD　④DE,DC,BC



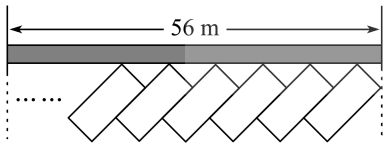
A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D. 4 组

二、填空题

3. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=1$，$\angle A=36^\circ$，$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，则 $AD=$__________，$\cos A=$__________.(结果保留根号)

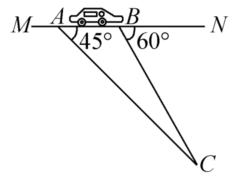


4. 为解决停车难的问题,在如图所示一段长 56 m 的路段上开辟停车位,每个车位是长为 5 m、宽为 2.2 m 的矩形,矩形的边与路的边缘成 45°角,那么这个路段最多可以划出________个这样的停车位.($\sqrt{2}\approx1.4$)



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. “为了安全,请勿超速.”如图所示,一条公路建成通车,在某直线路段 MN 上,交通管理部门规定汽车的最高行驶速度不能超过 60 km/h,并在公路 MN 旁设立了观测点 C,以检测车辆是否超速.工作人员从观测点 C 测得一小车从点 A 到达点 B 行驶了 5 s.已知 $\angle CAN=45°$,$\angle CBN=60°$,$BC=200$ m,此车超速了吗?请说明理由.(参考数据:$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$)



用时:________分钟

评价:真棒 有进步 加油

§6 利用三角函数测高

自主学习,梳理新知

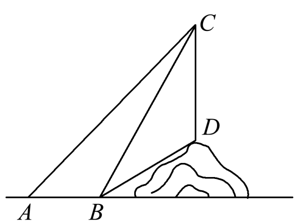
知识点 掌握测高的方法,利用三角函数解决实际生活中的问题.

明确目标,把握新知

目标 利用三角函数测高

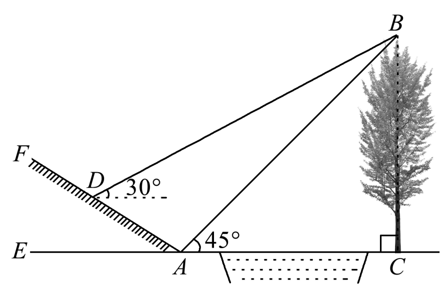
典型例题

如图所示,小山坡上有一根垂直于地面的电线杆 CD,小明从地面上的 A 处测得电线杆顶端 C 点的仰角是 45°,之后他正对电线杆向前走 6 m 到达 B 处,测得电线杆顶端 C 点和电线杆底端 D 点的仰角分别是 60°和 30°.求电线杆 CD 的高度.(结果保留根号)



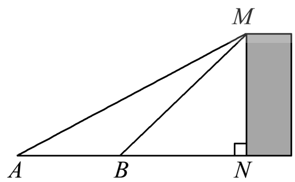
跟踪变式

如图所示,某数学活动小组要测量小河对岸大树 BC 的高度,他们在斜坡上 D 处测得大树顶端 B 的仰角是 30°,朝大树方向下坡走 6 m 到达坡底 A 处,在 A 处测得大树顶端 B 的仰角是 45°.若坡角 $\angle FAE=30°$,求大树的高度.(结果保留根号)



核心强化

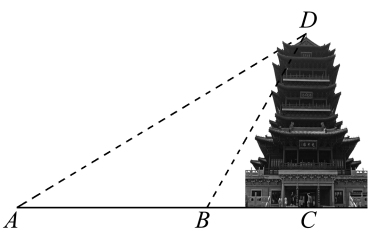
1. 如图所示，为了测量某建筑物 MN 的高度，在平地上 A 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 $30°$，向 N 点方向前进 16 m 到达 B 处，在 B 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 $45°$，则建筑物 MN 的高度为（　　）



A. $8(\sqrt{3}+1)$m　　B. $8(\sqrt{3}-1)$m

C. $16(\sqrt{3}+1)$m　　D. $16(\sqrt{3}-1)$m

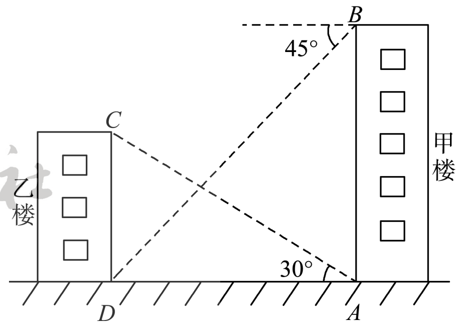
2. 济南大明湖畔的“超然楼”被称作“江北第一楼”，某校数学社团的同学对超然楼的高度进行了测量. 如图所示，他们在 A 处仰望塔顶，测得仰角为 $30°$，再往楼的方向前进 60 m 至 B 处，测得仰角为 $60°$. 若学生的身高忽略不计，$\sqrt{3}\approx1.7$，结果精确到 1 m，则该楼的高度 CD 为（　　）



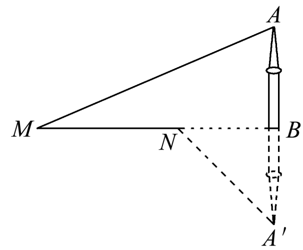
A. 47 m　　B. 51 m

C. 53 m　　D. 54 m

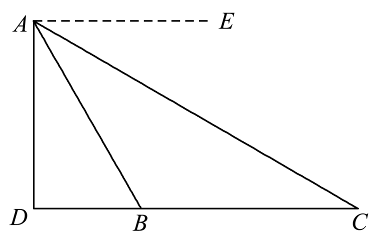
3. 如图所示，从甲楼底部 A 处测得乙楼顶部 C 处的仰角是 $30°$，从甲楼顶部 B 处测得乙楼底部 D 处的俯角是 $45°$. 已知甲楼的高 AB 是 120 m，则乙楼的高 CD 是________.（结果保留根号）



4. 如图所示，某城市的电视塔 AB 坐落在湖边，数学老师带领学生隔湖测量电视塔 AB 的高度，在点 M 处测得塔尖点 A 的仰角 $\angle AMB$ 为 $22.5°$，沿射线 MB 方向前进 200 m 到达湖边点 N 处，测得塔尖点 A 在湖中的倒影 A' 的俯角 $\angle A'NB$ 为 $45°$，则电视塔 AB 的高度为________.（结果保留根号）



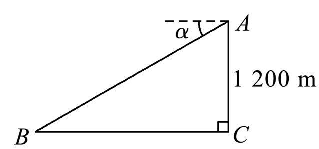
5. 航模小组做无人机试飞，在点 A 处的无人机测得桥头 C 的俯角 $\angle EAC$ 为 $30°$，测得桥头 B 的俯角为 $60°$. 若桥 BC 的长为 100 m（其中点 D，B，C 在同一条直线上），求无人机飞行的高度 AD.（结果保留根号）



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

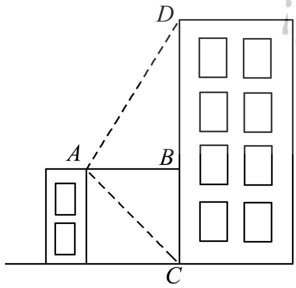
1. 如图所示，某飞机在空中 A 处探测到它的正下方地平面上目标 C，此时飞行高度 $AC=1\ 200$ m，从飞机上看地平面指挥台 B 的俯角 $\alpha=30°$，则飞机 A 与指挥台 B 的距离为（　　）



A. 1 200 m　　B. $1\ 200\sqrt{2}$ m

C. $1\ 200\sqrt{3}$ m　　D. 2 400 m

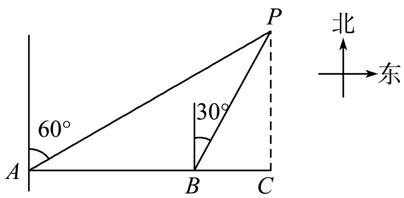
2. 从一栋二层楼的楼顶点 A 处看对面的教学楼,探测器显示,看到教学楼底部点 C 处的俯角为 45°,看到楼顶部点 D 处的仰角为 60°. 已知两栋楼之间的水平距离为 6 m,则教学楼的高 CD 是 (　　)



A. $(6+6\sqrt{3})$m　　B. $(6+3\sqrt{3})$m

C. $(6+2\sqrt{3})$m　　D. 12 m

3. 如图所示,一艘轮船在 A 处测得灯塔 P 位于其北偏东 60°方向上,轮船沿正东方向航行 30 海里到达 B 处后,此时测得灯塔 P 位于其北偏东 30°方向上,此时轮船与灯塔 P 的距离是 (　　)

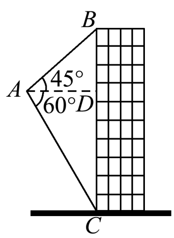


A. $15\sqrt{3}$ 海里　　B. 30 海里

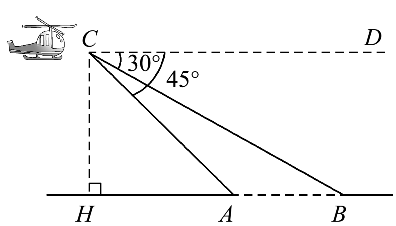
C. 45 海里　　D. $30\sqrt{3}$ 海里

二、填空题

4. 如图所示,航拍无人机从 A 处测得一幢建筑物顶部 B 的仰角为 45°,测得底部 C 的俯角为 60°,此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 为 110 m,那么该建筑物的高度 BC 约为________.(结果保留整数,$\sqrt{3}\approx1.73$)

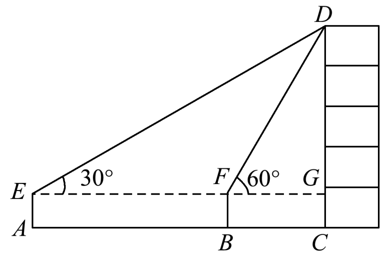


5. 如图所示,某高速公路建设中需要测量某条江的宽度 AB,飞机上的测量人员在 C 处测得 A,B 两点的俯角分别为 45°和 30°. 若飞机离地面的高度 CH 为 1 200 m,且点 H,A,B 在同一水平直线上,则这条江的宽度 AB 为______________.(结果保留根号)

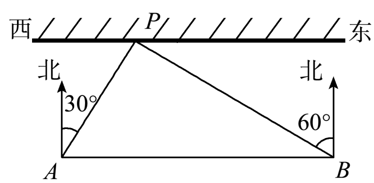


三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

6. 如图所示,某数学兴趣小组为测量教学楼 CD 的高,先在 A 处用高 1.5 m 的测角仪测得教学楼顶端 D 的仰角$\angle DEG$ 为 30°,再向前走 20 m 到达 B 处,又测得教学楼顶端 D 的仰角$\angle DFG$ 为 60°. 若点 A,B,C 在同一水平线上,求教学楼 CD 的高.(结果保留根号)



7. 为了保证端午节龙舟赛顺利举办,某部门工作人员乘快艇到活动水域考察水情,以每秒 11 米的速度沿平行于岸边的赛道 AB 由西向东行驶. 在 A 处测得岸边一建筑物 P 在北偏东 30°方向上,继续行驶 40 秒到达 B 处时,测得建筑物 P 在北偏西 60°方向上,如图所示. 求建筑物 P 到赛道 AB 的距离.(结果保留根号)



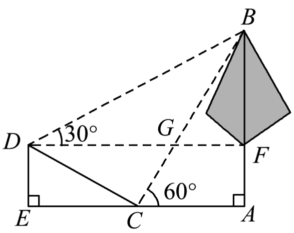
用时:________分钟

评价:真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

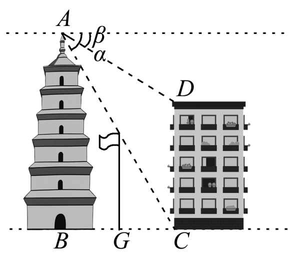
一、单项选择题

1. 如图所示，学校环保社成员想测量斜坡 CD 旁一棵树 AB 的高度，他们先在点 C 处测得树顶 B 的仰角为 $60°$，然后在坡顶 D 处测得树顶 B 的仰角为 $30°$. 已知斜坡 CD 的长为 20 m，DE 的长为 10 m，则树 AB 的高度是（　　）



A. $20\sqrt{3}$ m　B. 30 m　C. $30\sqrt{3}$ m　D. 40 m

2. 如图所示，在两建筑物之间有一根高为 15 m 的旗杆，从 A 点经过旗杆顶点恰好看到矮建筑物的墙角 C 点，且俯角 α 为 $60°$，又从 A 点测得 D 点的俯角 β 为 $30°$. 若旗杆底点 G 为 BC 的中点，则矮建筑物的高 CD 为（　　）

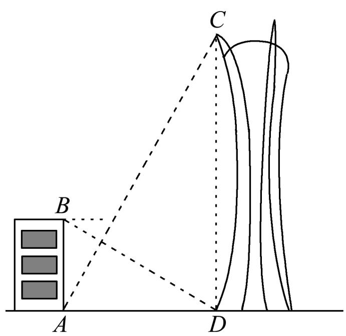


A. 20 m　B. $10\sqrt{3}$ m

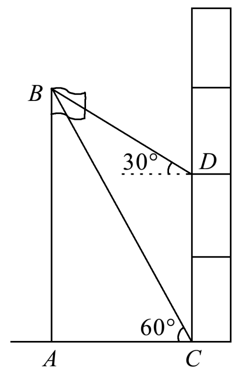
C. $15\sqrt{3}$ m　D. $5\sqrt{6}$ m

二、填空题

3. 如图所示，为测量观光塔的高度，一人先在附近一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 $60°$，然后爬到该楼房顶端 B 点处观测观光塔底部 D 处的俯角是 $30°$. 已知楼房的高 AB 约是 45 m，根据以上观测数据可求观光塔的高 CD 是________.

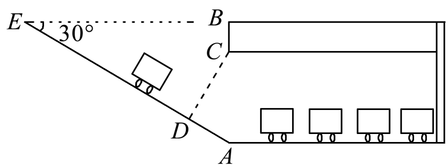


4. 某校研究性学习小组欲测量学校旗杆 AB 的高度，如图所示，他们在教学楼一楼 C 处测得旗杆顶部的仰角为 $60°$，在教学楼三楼 D 处测得旗杆顶部的仰角为 $30°$，旗杆底部与教学楼一楼在同一水平线上. 已知每层楼的高度为 3 m，则旗杆 AB 的高度为________.



三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 某校九年级数学兴趣小组为了测得该校地下停车场的限高 CD，在课外活动时间测得下列数据：如图所示，从地面 E 点测得地下停车场的俯角为 $30°$，斜坡 AE 的长为 16 m，地面 B 点（与 E 点在同一水平线上）距停车场顶部 C 点（点 A，C，B 在同一条直线上且与水平线垂直）2 m. 试求该校地下停车场的高度 AC 及限高 CD.（结果精确到 0.1 m，$\sqrt{3}\approx1.732$）

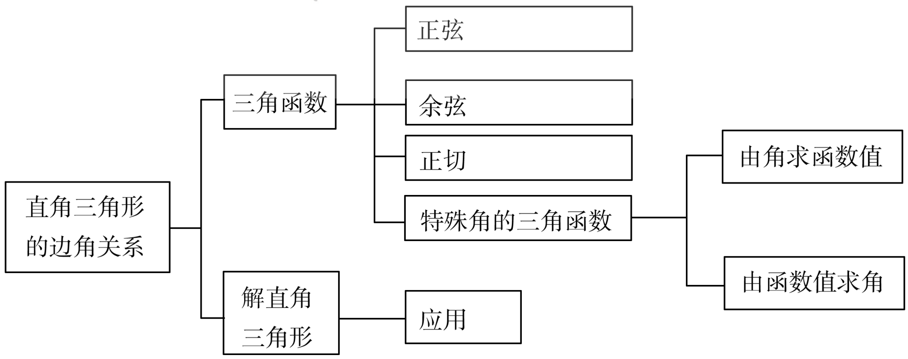


用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

复习课

知识梳理，形成结构

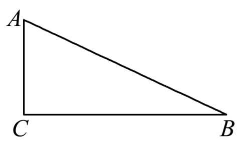


强化知识，综合运用

目标1 锐角三角函数

典型例题 1

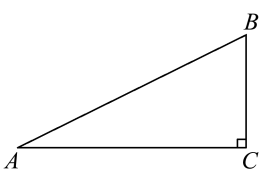
如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$. 如果 $AC=5$，$AB=13$，那么 $\cos A$ 的值为 ( )



A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{12}{5}$　　D. $\frac{5}{12}$

跟踪变式 1

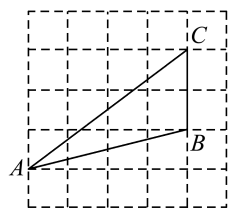
1. 如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，则下列结论中正确的是 ( )



A. $\sin A=\frac{1}{2}$　　B. $\sin B=\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\tan B=2$

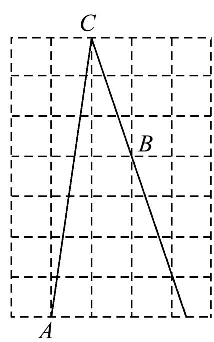
2. 如图所示，将$\triangle ABC$放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A，B，C 均在格点上，则 $\tan C$ 的值是 ( )



A. 2　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{3}{4}$

核心强化 1

1. 如图所示，A，B，C 是正方形网格中的格点(小正方形的顶点)，则 $\sin\angle ACB$ 的值为 ( )

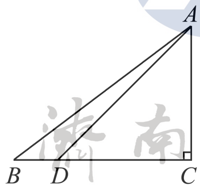


A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. 如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，点 D 在 BC 边上，$\angle ADC=45°$，$BD=2$，$\tan B=\frac{3}{4}$.

(1)求 AC 和 AB 的长.

(2)求 $\sin\angle BAD$ 的值.



目标 2　特殊角的三角函数值

典型例题 2

在△ABC 中,$\angle A$,$\angle B$ 都是锐角,且 $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\cos B=\frac{1}{2}$,则△$ABC$ 的形状是　(　　)

A. 直角三角形　　B. 钝角三角形
C. 锐角三角形　　D. 等腰三角形

跟踪变式 2

在△ABC 中,已知$\angle A$,$\angle B$ 都是锐角,$\left|\sin A-\frac{1}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$,那么$\angle C$ 的度数为(　　)

A. 75°　　B. 90°　　C. 105°　　D. 120°

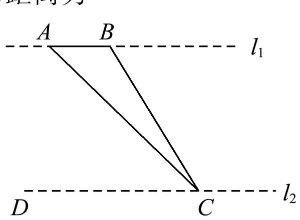
核心强化 2

1. 满足 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$的锐角 α 的度数是________.
2. 计算:$(-2)^2-(2-\sqrt{3})^0+2\tan 45°$.

目标 3　三角函数的实际应用

典型例题 3

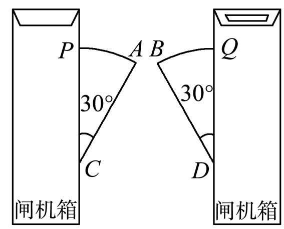
如图所示,为了测量河对岸 l_1上两棵古树 A,B 之间的距离,某数学兴趣小组在河这边沿着与 AB 平行的直线 l_2上取 C,D 两点,测得$\angle ACB=15°$,$\angle ACD=45°$.若 l_1,l_2之间的距离为 50 m,则点 A,B 之间的距离为　(　　)



A. 50 m　　B. 25 m
C. $\left(50-\frac{50\sqrt{3}}{3}\right)$m　　D. $(50-25\sqrt{3})$m

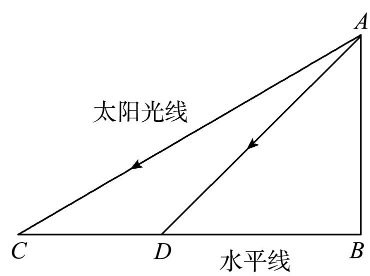
跟踪变式 3

1. 如图所示,这是一个地铁站入口的双翼闸机.当它的双翼展开时,双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 10 cm,双翼的边缘 $AC=BD=54$ cm,且与闸机侧立面的夹角$\angle PCA=\angle QDB=30°$.当双翼收起时,可以通过闸机的物体的最大宽度为　(　　)



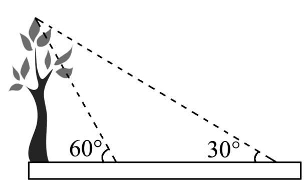
A. $(54\sqrt{3}+10)$cm　　B. $(54\sqrt{2}+10)$cm
C. 64 cm　　D. 54 cm

2. 在同一时刻太阳光线与水平线的夹角是一定的.如图所示,有一垂直于地面的物体 AB.在某一时刻,太阳光线与水平线的夹角为 30°时,物体 AB 的影长 BC 为 $20\sqrt{3}$ m;在另一时刻,太阳光线与水平线的夹角为 45°时,物体 AB 的影长 BD 为________.

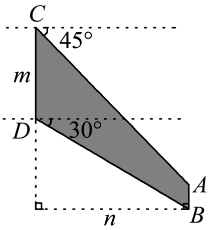


核心强化 3

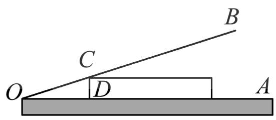
1. 如图所示,校园内有一棵与地面垂直的树,数学兴趣小组的同学两次测量它在地面上的影子,第一次是太阳光线与地面成 60°角时,第二次是太阳光线与地面成 30°角时.若两次测量的影长相差 8 m,则树高________.(结果保留根号)



2. 2017 年 5 月 5 日，我国自主研发的大型飞机 C919 成功首飞. 如图所示，这是一种机翼的示意图，其中 $m=1$，$n=\sqrt{3}$，则 AB 的长为________.



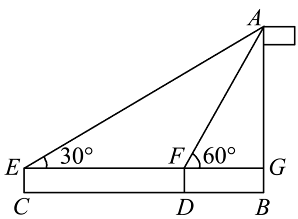
第 2 题图



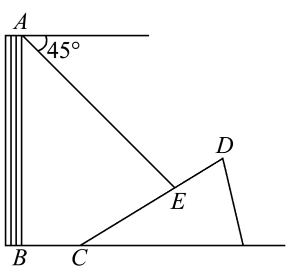
第 3 题图

3. 如图所示，已知 $\sin\angle AOB=0.1$，$OC=1.2$ cm，则小矩形木条的厚度 $CD=$________.

4. 如图所示，小丽准备测量一根旗杆 AB 的高度. 已知小丽的眼睛离地面的距离 $EC=1.5$ m，第一次测量点 C 和第二次测量点 D 之间的距离 $CD=10$ m，$\angle AEG=30°$，$\angle AFG=60°$. 请你帮小丽计算出这根旗杆的高度.（结果保留根号）



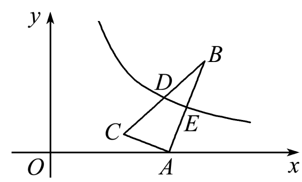
5. 如图所示，一楼房 AB 后有一座假山，山坡斜面 CD 与水平面的夹角为 30°，坡面上点 E 处有一个亭子，测得假山坡脚 C 与楼房的水平距离 $BC=10$ m，与亭子的距离 $CE=20$ m. 若小丽从楼房顶测得点 E 的俯角为 45°，求楼房 AB 的高.（结果保留根号）



目标 4 三角函数与其他知识的综合应用

典型例题 4

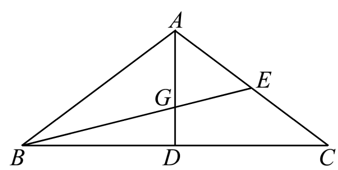
如图所示，已知 Rt△ABC 的直角顶点 A 落在 x 轴上，点 B，C 在第一象限，点 B 的坐标为$\left(\frac{34}{5},4\right)$，$D$，$E$ 分别为边 BC，AB 的中点，且 $\tan B=\frac{1}{2}$. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象恰好经过点 D，E，则 k 的值为（　　）



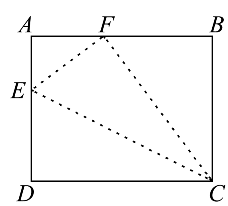
A. $\frac{18}{5}$　　B. 8　　C. 12　　D. 16

跟踪变式 4

1. 如图所示，在△ABC 中，AD，BE 分别是边 BC，AC 上的中线. 若 $AB=AC=5$，$\cos C=\frac{4}{5}$，则 $GE=$________.

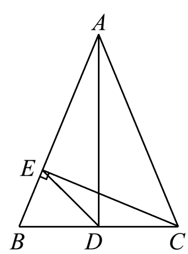


2. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$BC=8$，E 为 AD 边上一点. 沿 CE 将△CDE 对折，使点 D 正好落在 AB 边上，则 $\tan\angle AFE=$________.

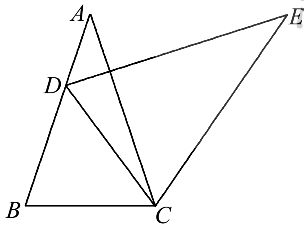


核心强化 4

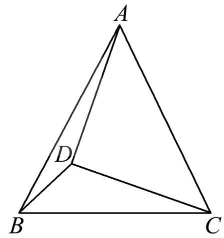
1. 如图所示，在△ABC 中，$AB=AC$，$BD=CD$，$CE\perp AB$ 于点 E. 若 $\cos B=\frac{5}{13}$，则 $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle ABC}}=$________.



2. 如图所示，在△ABC中，$AB=AC=2\sqrt{10}$，$\tan B=3$，D为边AB上一动点，在直线DC上方作$\angle EDC=\angle ECD=\angle B$，得到△$EDC$，则$CE$最小值为________.



3. 如图所示，在△ABC中，$AB=AC$，$\tan\angle ACB=2$，点D在△ABC内部，且$AD=CD$，$\angle ADC=90°$，连接BD. 若△BCD的面积为10，则AD的长为________.



自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

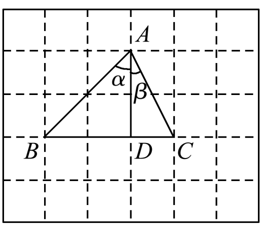
1. 在△ABC中，$\angle C=90°$. 已知$AB=5$，$BC=3$，则$\cos A$的值是（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

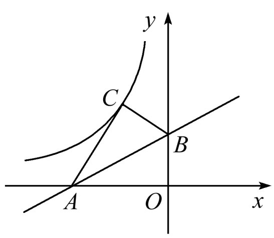
2. △ABC在网格中的位置如图所示(每个小正方形的边长为1)，$AD\perp BC$于点D，下列选项错误的是（　　）

A. $\sin\alpha=\cos\alpha$　　B. $\tan C=2$

C. $\sin\beta=\cos\beta$　　D. $\tan\alpha=1$



第2题图



第4题图

3. 计算$2\cos 30°-\tan 45°-\sqrt{(1-\tan 60°)^2}$的结果是（　　）

A. $2\sqrt{3}-2$　　B. 0　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 2

4. 如图所示，在平面直角坐标系中，直线AB与x轴交于点$A(-2,0)$，与x轴的夹角为30°. 将△ABO沿直线AB翻折，点O的对应点C恰好落在双曲线$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$上，则k的值为（　　）

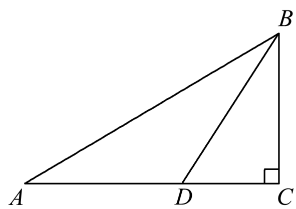
A. 4　　B. -2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

二、填空题

5. 点$M(\tan 60°, -\cos 60°)$关于x轴的对称点M'的坐标是________.

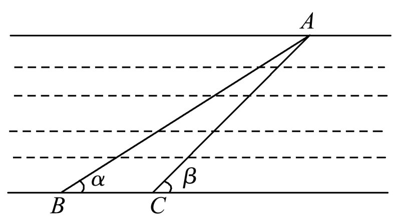
6. 在△ABC中，$\angle A$为锐角. 已知$\cos(90°-A)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin(90°-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则△$ABC$一定是________三角形.

7. 如图所示，在△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，BD是$\angle ABC$的平分线. 若$AB=6$，则点D到AB的距离是________.



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

8. 如图所示，为了测量某条河的宽度，现在河边的一岸边任意取一点A，又在河的另一岸边取两点B，C，测得$\alpha=30°$，$\beta=45°$，量得BC的长为100 m，求河的宽度.(结果保留根号)



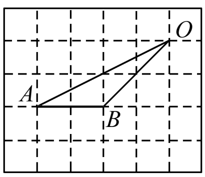
用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

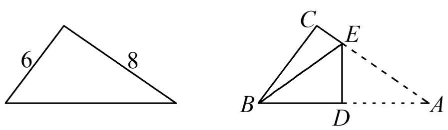
1. 如图所示，在下列网格中，小正方形的边长均为1，点 A,B,O 都在格点上，则 $\angle AOB$ 的正弦值是　　(　　)



A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

2. 直角三角形纸片的两直角边长分别为6，8，现将 $\triangle ABC$ 按如图所示的方式折叠，使点 A 与点 B 重合，折痕为 DE，则 $\tan\angle CBE$ 的值是　　(　　)

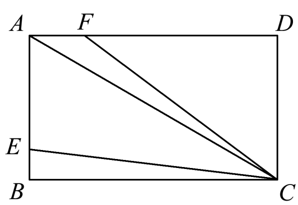


A. $\frac{24}{7}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

C. $\frac{7}{24}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、填空题

3. 如图所示，AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，E,F 分别是线段 AB,AD 上的点，连接 CE,CF. 当 $\angle BCE=\angle ACF$，且 $CE=CF$ 时，$AE+AF=$________.

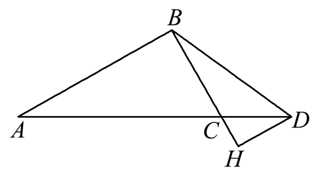


三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

4. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$BC=3$，D 为 AC 延长线上一点，$AC=3DC$. 过点 D 作 $DH\parallel AB$，交 BC 的延长线于点 H.

(1)求 $BD\cdot\cos\angle HBD$ 的值.

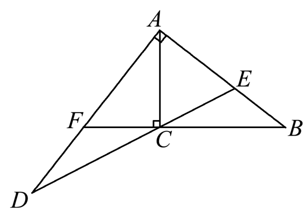
(2)若 $\angle CBD=\angle A$，求 AB 的长.



5. 如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，E 为 AB 上一点，$AC=AE=3$，$BC=4$，过点 A 作 AB 的垂线，交射线 EC 于点 D，延长 BC，交 AD 于点 F.

(1)求 FC 的长.

(2)求 $\angle D$ 的正切值.



用时：________分钟

评价：真棒　有进步　加油

第二章　二次函数

§1　二次函数

自主学习，梳理新知

知识点　一般地，若两个变量 x,y 之间的对应关系可以表示成____________(a,b,c 是常数，$a\neq0$)的形式，则称 y 是 x 的二次函数.

明确目标，把握新知

目标 1　根据实际问题列二次函数关系式

典型例题 1

某商场要经营一种新上市的文具，进价为 20 元/件. 试营业阶段发现：当销售单价是 25 元时，每天的销售量为 250 件；销售单价每上涨 1 元，每天的销售量就减少 10 件.

(1)如果销售单价上涨 5 元，则每件文具的利润是________元，每天的销售量是________件.

(2)假设销售单价上涨 x 元，则每件文具的利润是________元，每天的销售量是________件.

(3)设销售单价上涨 x(元)时，每天所得的销售利润为 W(元)，请你写出 W 与 x 之间的关系式.

跟踪变式 1

某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件. 市场调查反映，如果调整商品售价，每降价 1 元，每星期可多卖出 20 件. 设每件商品降价 x 元后，每星期售出商品的总销售额为 y 元，则 y 与 x 的关系式为________________.

核心强化 1

1. 用一根长为 10 m 的木条，做一个长方形的窗框，若长为 x m，则该窗户的面积 $y(\mathrm{m}^2)$ 与 $x(\mathrm{m})$ 之间的函数表达式为________________.
2. 某快递公司 10 月份的快递件数是 10 万件，如果该公司第四季度每个月的快递件数的增长率都为 $x(x>0)$，且 12 月份的快递件数为 y 万件，那么 y 关于 x 的函数解析式是________________.

目标 2　二次函数的概念

典型例题 2

若 $y=(m+2)x^{m^2-2}+mx+1$ 是关于自变量 x 的二次函数，则 $m=$________.

跟踪变式 2

已知函数 $y=(m-1)x^{m^2+m}$ 是关于 x 的二次函数，则 $m=$________，该二次函数的解析式为________.

核心强化 2

1. 下列函数中，属于二次函数的是　(　　)

　A. $y=2x-1$　　B. $y=x^2+\dfrac{1}{x}$

　C. $y=x^2(x+3)$　　D. $y=x(x+1)$

2. 如果 $y=(k-3)x^2+k(x-3)$ 是关于 x 的二次函数，那么 k 需要满足的条件是________.

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 下列函数中，一定是二次函数的是（　　）

A. $y=ax^2+bx+c$　　B. $y=3x-1$

C. $s=2t^2+2t-1$　　D. $y=x^2+\frac{1}{x}$

2. 已知 $y=(m-2)x^{|m|}+2$ 是 y 关于 x 的二次函数，那么 m 的值为（　　）

A. -2　　B. 2　　C. ±2　　D. 0

3. 一个直角三角形的两条直角边长的和为 20 cm，其中一条直角边的长为 x cm，三角形的面积为 y cm²，则 y 与 x 之间的函数关系式是（　　）

A. $y=10x$　　B. $y=x(20-x)$

C. $y=\frac{1}{2}x(20-x)$　　D. $y=x(10-x)$

4. 下列对于二次函数 $y=-x^2-1$ 的二次项系数 a、一次项系数 b、常数项 c 的描述中，正确的是（　　）

A. $a=-1,b=-1,c=0$

B. $a=-1,b=0,c=1$

C. $a=-1,b=0,c=-1$

D. $a=1,b=0,c=-1$

二、填空题

5. 若关于 x 的函数 $y=(2-a)x^2-x$ 是二次函数，则 a 的取值范围是________.

6. 二次函数 $y=3x-5x^2+1$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别为____________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 边长为 4 cm 的正方形四角各剪去一个边长为 x cm的小正方形，余下图形的面积是 y cm².

(1)写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(2)当 $x=1$ 时，求 y 的值.

(3)如果余下图形的面积为 8 cm²，则剪去的小正方形的边长为多少？

8. 已知函数 $y=(m^2-m)x^2+(m-1)x+2-2m$.

(1)若这个函数是二次函数，求 m 的取值范围.

(2)若这个函数是一次函数，求 m 的值.

(3)这个函数可能是正比例函数吗？为什么？

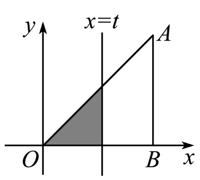
用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

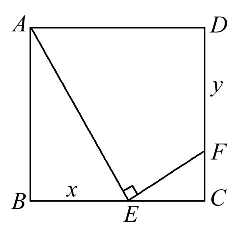
1. 如图所示，在 Rt△ABO 中，$AB\perp OB$，且 $AB=OB=3$. 设直线 $x=t$ 截此三角形所得的阴影部分的面积为 S，则 S 与 t 之间的函数关系式为（　　）



A. $S=t(0<t\leqslant3)$　　B. $S=\frac{1}{2}t^2(0<t\leqslant3)$

C. $S=t^2(0<t\leqslant3)$　　D. $S=\frac{1}{2}t^2-1(0<t\leqslant3)$

2. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 1，E，F 分别是边 BC 和 CD 上的动点（不与正方形的顶点重合）. 不管点 E，F 怎样动，始终保持 $AE\perp EF$. 设 $BE=x$，$DF=y$，则 y 与 x 之间的函数关系式是（　　）

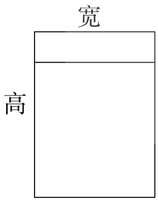


A. $y=x+1$　　B. $y=x-1$

C. $y=x^2-x+1$　　D. $y=x^2-x-1$

二、填空题

3. 现用一条长为 6 m 的木料做成如图所示的窗框，窗框的面积 $S(m^2)$ 与窗框的宽 $x(m)$ 之间的函数关系式为________________.



4. 中国"一带一路"倡议给沿线国家和地区带来很大的经济效益，沿线某地区居民 2017 年年人均收入为 300 美元，预计 2019 年年人均收入将达到 y 美元. 设 2017 年到 2019 年该地区居民年人均收入的年平均增长率为 x，那么 y 与 x 的函数关系式是____________________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 在△ABC 中，$\angle B=30°$，$AB+BC=12$. 设 $AB=x$，△ABC 的面积是 S，求面积 S 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围.

用时：________分钟

评价：真棒　有进步　加油

§2　二次函数的图象与性质

第 1 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1　二次函数 $y=x^2$ 的图象及性质：

(1)开口方向：________.

(2)对称轴：________.

(3)顶点坐标：________.

(4)增减性：当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________.

(5)最值：函数 $y=x^2$ 有最________值，即当________时，y 取得________(选填"最大"或"最小")值，为________.

知识点 2　二次函数 $y=-x^2$ 的图象及性质：

(1)开口方向：________.

(2)对称轴：________.

(3)顶点坐标：________.

(4)增减性：当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________.

(5)最值：函数 $y=-x^2$ 有最________值，即当________时，y 取得________(选填"最大"或"最小")值，为________.

明确目标，把握新知

目标 $y=\pm x^2$ 的图象及性质

典型例题

点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 是二次函数 $y=-x^2$ 的图象上的两个点. 若 $x_1>x_2>0$，则 y_1 ________ y_2.（选填“>”“<”或“=”）

跟踪变式

若点 $A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$ 是二次函数 $y=-x^2$ 的图象上的两点，那么 y_1 与 y_2 的大小关系是________________.

核心强化

二次函数 $y=(m+1)x^2$ 的图象过点 $(-2,4)$，则 $m=$________. 这个二次函数的表达式为____________. 当 x________时，y 随 x 的增大而减小；当 x________时，y 随 x 的增大而增大.

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1\. 抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标是（　　）

A. $(0,0)$　　B. $(1,0)$

C. $(0,1)$　　D. $(2,1)$

2\. 下列关于函数 $y=-x^2$ 的图象的说法中，正确的有（　　）

①图象是一条抛物线　②开口向下　③对称轴是 y 轴　④顶点坐标为 $(0,0)$

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

3\. 在函数 $y=x+1$，$y=-\dfrac{2}{x}$，$y=x^2$ 中，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大的函数共有（　　）

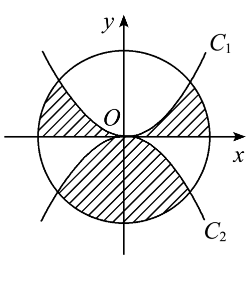
A. 0 个　B. 1 个　C. 2 个　D. 3 个

二、填空题

4\. 已知 $y=mx^{m^2+1}$ 的图象是不在第一、二象限的抛物线，则 $m=$________.

5\. 点 $A(2,m)$ 在抛物线 $y=x^2$ 上，那么点 A 关于 y 轴的对称点的坐标是________________.

6\. 如图所示，⊙O 的半径为 2. C_1 是函数 $y=x^2$ 的图象，C_2 是函数 $y=-x^2$ 的图象，则阴影部分的面积是________.



三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7\. 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=2x-3$ 交于点 $A(1,b)$.

(1) 求 a,b 的值.

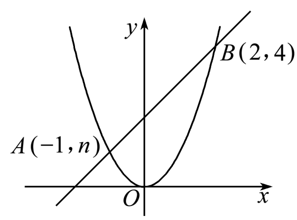
(2) 求抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=-2$ 的两个交点 B,C 的坐标（点 B 在点 C 右侧）.

(3) 求 $\triangle OBC$ 的面积.

8\. 如图所示，一次函数 $y_1=kx+b$ 与二次函数 $y_2=ax^2$ 的图象交于 $A(-1,n)$，$B(2,4)$ 两点.

(1) 利用图中条件，求两个函数的解析式.

(2) 根据图象写出使 $y_1<y_2$ 的 x 的取值范围：________________.



用时：________分钟

评价：真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

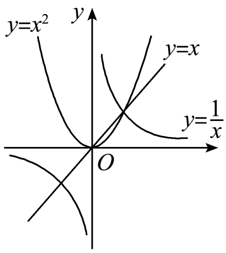
一、单项选择题

1. 对于函数 $y=x^2$，当 $-1\leqslant x\leqslant 3$ 时，y 的取值范围是（　　）

A. $-1\leqslant y\leqslant 9$　　B. $0\leqslant y\leqslant 9$

C. $1\leqslant y\leqslant 9$　　D. $-1\leqslant y\leqslant 3$

2. 给出下列命题及函数 $y=x$，$y=x^2$ 和 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象，下列判断正确的是（　　）



①如果 $\dfrac{1}{a}>a>a^2$，那么 $0<a<1$

②如果 $a^2>a>\dfrac{1}{a}$，那么 $a>1$ 或 $-1<a<0$

③如果 $\dfrac{1}{a}>a^2>a$，那么 $-1<a<0$

④如果 $a^2>\dfrac{1}{a}>a$，那么 $a<-1$

A. 正确的命题只有①　　B. 正确的命题是①②④

C. 错误的命题是②③　　D. 错误的命题是③④

二、填空题

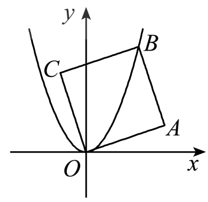
3. 已知二次函数 $y=-x^2$.

(1)当 $2<x<3$ 时，y 的取值范围是________.

(2)当 $-2<x<3$ 时，y 的取值范围是________.

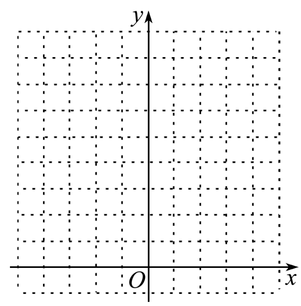
(3)当 $-4<y<-1$ 时，x 的取值范围是________________.

4. 如图所示，正方形 $OABC$ 的顶点 B 在抛物线 $y=x^2$ 的第一象限部分. 若点 B 的横坐标与纵坐标之和等于 6，则正方形 $OABC$ 的面积为________.



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 已知二次函数 $y=x^2$ 与一次函数 $y=2x+3$ 的图象交于 A，B 两点，在下面的直角坐标系中画出图象，并求出$\triangle AOB$ 的面积.



用时：______分钟

评价： 真棒　有进步　加油

第 2 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1　二次函数 $y=ax^2(a>0)$ 的图象及性质：

(1)开口方向：________.

(2)对称轴：________.

(3)顶点坐标：________.

(4)增减性:当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而________.

(5)最值:函数 $y=ax^2(a>0)$ 有最________值,即当________时,y 取得________(选填“最大”或“最小”)值,是________.

知识点 2 二次函数 $y=ax^2(a<0)$ 的图象及性质:

(1)开口方向:________.

(2)对称轴:________.

(3)顶点坐标:________.

(4)增减性:当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而________.

(5)最值:函数 $y=ax^2(a<0)$ 有最________值,即当________时,y 取得________(选填“最大”或“最小”)值,是________.

知识点 3 $|a|$ 越大,抛物线 $y=ax^2$ 的开口越________.

知识点 4 二次函数 $y=ax^2+k(a\neq0)$ 的图象与二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图象开口方向________,形状________,可由 $y=ax^2$ 的图象________平移得到.

明确目标,把握新知

目标 **二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 及 $y=ax^2+k(a\neq0)$ 的图象与性质**

典型例题

已知抛物线 $y=-\frac{3}{2}x^2$,回答下列各题:

(1)开口方向:________.

(2)对称轴:________.

(3)顶点坐标:________.

(4)当 $x\geqslant0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________.

(5)当 x________时,函数 y 取得________(选填“最大”或“最小”)值,是________.

跟踪变式

已知抛物线 $y=2x^2+3$,回答下列各题:

(1)开口方向:________.

(2)对称轴:________.

(3)顶点坐标:________.

(4)当 $x\geqslant0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________.

(5)当 x________时,函数 y 取得________(选填“最大”或“最小”)值,是________.

(6)它可以由抛物线 $y=2x^2$ 向________平移________个单位得到.

核心强化

1. 如果抛物线 $y=(m-1)x^2$ 的开口向上,那么 m 的取值范围是________.
2. 抛物线 $y=-2x^2-5$ 的开口向________,对称轴是________,顶点坐标是________.
3. 将抛物线 $y=3x^2$ 向上平移 2 个单位后得到新的抛物线,则新抛物线对应的函数表达式是________________.
4. 已知点 $A(-5,m)$,$B(-3,n)$ 都在二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}$ 的图象上,那么 m,n 的大小关系是:m________n.(选填“$>$”“$=$”或“$<$”)
5. 已知函数 $y=-x^2+1$,当 $-1\leqslant x\leqslant2$ 时,函数 y 的最小值是________.

自我测试,查缺补漏

一、单项选择题

1. 对于函数 $y=5x^2$,下列结论正确的是 ( )

A. y 随 x 的增大而增大

B. 图象开口向下

C. 图象关于 y 轴对称

D. 无论 x 取何值,y 的值总是正的

2. 函数 $y=\frac{1}{3}x^2$，$y=-3x^2$，$y=-x^2$，$y=2x^2$ 的图象中，开口最大的是　（　　）

A. $y=\frac{1}{3}x^2$　　B. $y=-3x^2$

C. $y=-x^2$　　D. $y=2x^2$

3. 若 $y=(k+2)x^{k^2+k-4}$ 是关于 x 的二次函数，且当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，则 k 的值是　（　　）

A. -3　　B. 2

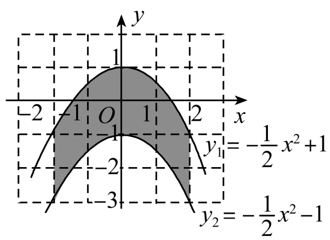
C. -3 或 2　　D. 3

二、填空题

4. 抛物线 $y=2x^2-1$ 的顶点坐标是________.

5. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2-3$，如果 $x>0$，那么函数值 y 随着自变量 x 的增大而________（选填“增大”或“减小”）.

6. 如图所示，两条抛物线 $y_1=-\frac{1}{2}x^2+1$，$y_2=-\frac{1}{2}x^2-1$ 与分别经过点 $(-2,0)$，$(2,0)$，且平行于 y 轴的两条平行线围成的阴影部分的面积为________.



三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2,-8)$.

(1)求 a 的值.

(2)若点 $P(m,-6)$ 在此抛物线上，求点 P 的坐标.

8. 已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(2,1)$.

(1)求这个函数的解析式.

(2)写出抛物线上点 A 关于 y 轴对称的点 B 的坐标.

(3)求△OAB 的面积.

(4)抛物线上是否存在点 C，使△ABC 的面积等于△OAB 的面积的一半？若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由.

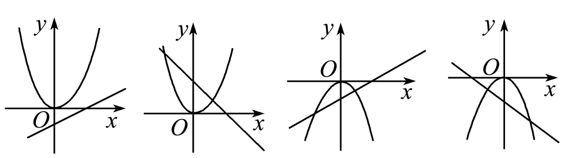
用时：______分钟

评价： 真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

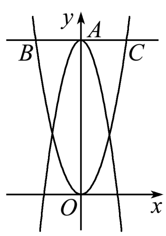
一、单项选择题

1. 当 $ab>0$ 时，$y=ax^2$ 与 $y=ax+b$ 的图象大致是　（　　）



A　　B　　C　　D

2. 如图所示，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+6$ 与 y 轴交于点 A，过点 A 且与 x 轴平行的直线交抛物线 $y=2x^2$ 于 B，C 两点，则 BC 的长为　（　　）

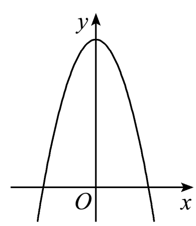


A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、填空题

3. 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 关于 x 轴对称的抛物线的解析式为____________.

4. 已知二次函数 $y=-2x^2+4$ 的图象如图所示，那么当 $-2<x\leqslant1$ 时，y 的取值范围是__________.

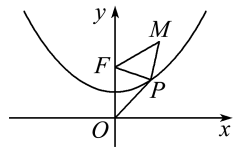


三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 已知抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 具有如下性质：该抛物线上任意一点到定点 $F(0,2)$ 的距离与到 x 轴的距离相等. 如图所示，点 M 的坐标为$(\sqrt{3},3)$，P 是抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 上的一个动点，连接 PF，PM，FM，OP.

(1)当△POF 的面积为 4 时，求点 P 的坐标.

(2)求△PMF 的周长的最小值.



用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

第 3 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1　二次函数$y=a(x-h)^2$ 的图象与二次函数 $y=ax^2$ 的图象形状________，开口方向________，只是________不同，其对称轴为________，顶点坐标为________.

知识点 2　二次函数$y=a(x-h)^2+k$ 的图象与二次函数 $y=ax^2$ 的图象形状________，开口方向________，只是________不同，其对称轴为________，顶点坐标为________.

知识点 3　二次函数 $y=ax^2$，$y=a(x-h)^2$，$y=a(x-h)^2+k$ 三者图象之间的关系：

它们的图象形状________，开口方向________，只是________不同，可以通过________相互得到. 它们的顶点坐标分别为________________________.

明确目标，把握新知

目标 1　二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

典型例题 1

画二次函数 $y=-(x-2)^2$ 的图象，并根据图象回答下列各题：

(1)开口方向：________.

(2)对称轴：________________.

(3)顶点坐标：________.

(4)当 x ________时，y 随 x 的增大而增大，当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.

(5)当 $x=$________时，函数值 y 取得________（选填“最大”或“最小”）值，是________.

(6)可由抛物线 $y=-x^2$ 向________平移________个单位得到.

跟踪变式 1

抛物线 $y=-3(x+2)^2$ 的开口________，对称轴是____________，顶点坐标是________.

核心强化 1

1. 已知函数 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$. 当 x ________时，y 随 x 的增大而增大；当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.

2. 将二次函数 $y=3x^2$ 的图象向左平移 1 个单位后所得图象的函数表达式为________________.

3. 写出抛物线 $y=2(x-1)^2$ 上一对对称点的坐标，这对对称点的坐标可以是________________.

目标 2　二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质

典型例题 2

画二次函数 $y=2(x+1)^2-3$ 的图象，并根据图象回答下列各题：

(1)开口方向：________.
(2)对称轴：____________.
(3)顶点坐标：________.
(4)当 x ________时，y 随 x 的增大而增大；当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.
(5)当 $x=$________时，函数值 y 取得________(选填“最大”或“最小”)值，是________.
(6)可由抛物线 $y=2x^2$ 向________平移________个单位，再向________平移________个单位得到.

跟踪变式 2

对于抛物线 $y=-\frac{1}{3}(x-5)^2+3$ 的开口__________，顶点坐标是________，对称轴是________.

核心强化 2

1. 抛物线 $y=4(x-2)^2+5$ 的对称轴是________，顶点坐标是________.
2. 已知函数 $y=-(x-1)^2+1$，当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.
3. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 先向右平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位后得到新的抛物线，则新抛物线对应的函数表达式是__________________.

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

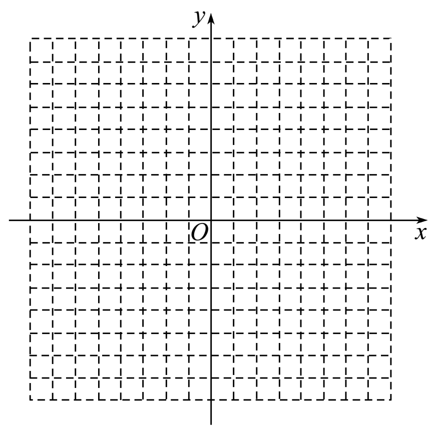
1. 已知函数 $y=(x-1)^2$，下列结论正确的是(　　)
   A. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小
   B. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大
   C. 当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小
   D. 当 $x<-1$ 时，y 随 x 的增大而增大
2. 已知抛物线 $y=-2(x+1)^2+3$，则下列说法中错误的是(　　)
   A. 开口方向向下
   B. 当 $x<-1$ 时，y 随 x 的增大而减小
   C. 对称轴是直线 $x=-1$
   D. 顶点坐标是$(-1,3)$
3. 在下列抛物线中，形状相同的是(　　)
   ①$y=2x^2$　②$y=2(x+1)^2-5$　③$y=3(x+1)^2$　④$y=(x+1)^2-5$
   A. ①②　　B. ②③④
   C. ②④　　D. ①④

二、填空题

4. 抛物线 $y=-4(x+1)^2+1$ 的开口方向向________，对称轴是________，顶点坐标是________.
5. 已知函数 $y=-2(x+1)^2+2$，当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.
6. 已知抛物线经过点$(5,-3)$，其对称轴为直线 $x=4$，则抛物线一定经过的另一个点的坐标是____________.

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 已知二次函数 $y=(x-2)^2-4$.
   (1)在给定的直角坐标系中画出这个函数的图象.
   (2)根据图象，直接写出当 $y<0$ 时 x 的取值范围.



8. 已知抛物线 $y=\frac{3}{4}(x-1)^2-3$.
   (1)写出抛物线的开口方向、对称轴.
   (2)函数 y 有最大值还是最小值？请求出这个最大(小)值.
   (3)设抛物线与 y 轴的交点为 P，与 x 轴的交点为 Q，求直线 PQ 的函数解析式.

用时：______**分钟**

评价： 真棒　有进步　加油

开阔视野,拓展提升

一、单项选择题

1. 已知二次函数 $y=(x-2)^2+3$,当 $0\leqslant x\leqslant 5$ 时,y 的取值范围为 ( )

A. $3\leqslant y\leqslant 12$　　B. $2\leqslant y\leqslant 12$

C. $7\leqslant y\leqslant 12$　　D. $3\leqslant y\leqslant 7$

2. 已知二次函数 $y=a(x-h)^2+k(a>0)$,其图象过点 $A(0,2)$,$B(8,3)$,则 h 的值可以是 ( )

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

二、填空题

3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分对应值如下表:

x	……	-3	-2	0	1	4	5	……
y	……	7	0	-8	-9	0	7	……

则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴为直线 $x=$________.

4. 已知函数 $y=\begin{cases}(x-2)^2-2, x\leqslant 4,\\(x-6)^2-2, x>4,\end{cases}$ 使 $y=a$ 成立的 x 的值恰好只有 3 个时,$a=$________.

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 已知函数 $y_1=x$,$y_2=(x+1)^2-7$.

(1)求它们的图象的交点坐标.

(2)结合图象,直接写出当 x 为何值时有 $y_1>y_2$,当 x 为何值时有 $y_1<y_2$.

用时:________分钟

评价: 真棒　有进步　加油

第 4 课时

自主学习,梳理新知

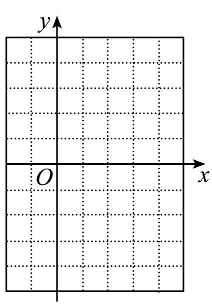
知识点　把抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 化为顶点式为________,其顶点坐标是$\left(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$,对称轴是直线 $x=-\dfrac{b}{2a}$.

明确目标,把握新知

目标　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

典型例题

已知二次函数的解析式是 $y=x^2-2x-3$,请在给定的直角坐标系中画出这个函数的图象,并根据图象解答下列问题:



(1)顶点坐标是________,与 y 轴的交点坐标是________.

(2)使得 y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围是________.

(3)结合图象,直接写出 $y\leqslant 0$ 时 x 的取值范围.

(4)结合图象,直接写出 $0<x<4$ 时 y 的取值范围.

跟踪变式

求二次函数 $y=2x^2-4x+1$ 的图象的顶点坐标，说出它的三条性质.

核心强化

1. 抛物线 $y=-x^2+2x-2$ 的开口________，顶点坐标为________.
2. 已知抛物线 $y=2x^2+bx-1$ 的对称轴是直线 $x=1$，那么 $b=$________.
3. 抛物线 $y=x^2+4x+3$ 向下平移 4 个单位后所得的新抛物线的表达式是________________.

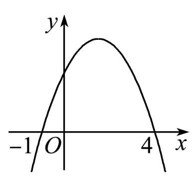
自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 抛物线 $y=3x^2-6x+4$ 的顶点坐标是 ( )
   A. (1,1) B. (−1,1)
   C. (−1,−2) D. (1,2)
2. 对于二次函数 $y=x^2-2x-1$，下列说法不正确的是 ( )
   A. 函数图象的对称轴是直线 $x=1$
   B. 函数图象的顶点坐标为(1,−2)
   C. 当 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而增大
   D. 函数图象与 y 轴交于点(0,1)
3. 与抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-7$ 的形状、开口方向都相同，只有位置不同的抛物线是 ( )
   A. $y=x^2+2x-7$ B. $y=\frac{1}{3}x^2$
   C. $y=\frac{1}{3}x^2+2x-7$ D. $y=-\frac{1}{3}x^2+\sqrt{3}x$

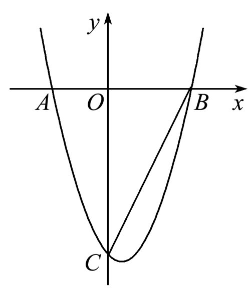
二、填空题

4. 已知函数 $y=x^2+2x-3$，当 x ________时，y 随 x 的增大而增大.
5. 抛物线 $y=x^2-6x+n$ 的对称轴为直线 $x=$________.
6. 如图所示，这是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，已知点 $(2,y_1)$，$(3,y_2)$ 是函数图象上的两个点，则 y_1，y_2 的大小关系是________.



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$.
   (1)求出该二次函数的图象的对称轴和顶点坐标.
   (2)求出该抛物线与 x 轴的交点坐标.
   (3)当 x 取何值时，$y<0$？
8. 如图所示，已知抛物线 $y=x^2-x-6$ 与 x 轴交于点 A 和 B，点 A 在点 B 的左边，与 y 轴的交点为 C.
   (1)用配方法求该抛物线的顶点坐标.
   (2)求 $\sin\angle OCB$ 的值.
   (3)若点 $P(m,m)$在该抛物线上，求 m 的值.



用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

1. 若二次函数 $y=x^2-6x+m$ 的图象经过 $A(-1,a)$，$B(2,b)$，$C(4.5,c)$ 三点，则 a,b,c 的大小关系是 ( )

A. $a>b>c$ B. $c>a>b$

C. $b>a>c$ D. $a>c>b$

2. 已知二次函数 $y=ax^2+4x+a-1$ 的最小值为 2，则 a 的值为 ( )

A. 3 B. -1 C. 4 D. 4 或 -1

二、填空题

3. 已知二次函数 $y=x^2-4x+1$，若 $-1\leqslant x\leqslant 4$，则 y 的取值范围是________.

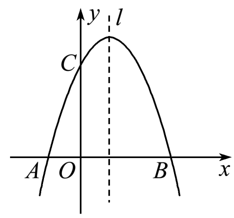
4. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$，当 $y>8$ 时，x 的取值范围是________.

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 如图所示，已知抛物线 $y=-x^2+mx+3$ 与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，点 B 的坐标为 $(3,0)$.

(1)求 m 的值及抛物线的顶点坐标.

(2)P 是抛物线的对称轴 l 上的一个动点，当 $PA+PC$ 的值最小时，求点 P 的坐标.



用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

§3 确定二次函数的表达式

自主学习，梳理新知

知识点 抛物线的解析式有三种形式：

(1)一般式：$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

(2)顶点式：$y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$，(h,k)是顶点坐标.

(3)交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)(a\neq 0)$，其中 x_1，x_2是抛物线与 x 轴两交点的横坐标.

明确目标，把握新知

目标 1 一般式求二次函数的表达式

典型例题 1

已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过$(1,0)$和$(4,-3)$两点，求这个二次函数的表达式.

跟踪变式 1

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过$(-3,0)$，$(1,0)$两点，与 y 轴的交点为$(0,4)$，求该抛物线的解析式.

核心强化 1

已知抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 经过点 $A(-1,-3)$ 和点 $B(2,3)$.

(1)求这条抛物线所对应的函数的表达式.

(2)点 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$在这条抛物线上,当 $1\leqslant x_2<x_1$时,比较 y_1与 y_2的大小.

目标 2　顶点式求二次函数的表达式

典型例题 2

已知抛物线的顶点为(1,4),与 y 轴的交点为(0,3),求该抛物线的解析式.

跟踪变式 2

已知抛物线的顶点为(2,4),且过点(1,2),求该抛物线的解析式.

核心强化 2

已知抛物线的顶点坐标是(3,-1),与 y 轴的交点是(0,-4),求该抛物线的解析式.

目标 3　交点式求二次函数的表达式

典型例题 3

已知二次函数的图象经过 $A(-5,0)$,$B(3,0)$,$C(-1,16)$三点,求这个二次函数的解析式.

跟踪变式 3

已知抛物线与 x 轴交于 $A(-1,0)$,$B(1,0)$两点,且经过点 $M(0,1)$,求该抛物线的解析式.

核心强化 3

已知二次函数的图象经过点 $A(-1,0)$,$B(3,0)$,$C(0,3)$.

(1)求二次函数的解析式.

(2)若点 $E(1,m)$在此函数的图象上,求 m 的值.

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 若抛物线 $y=(m+1)x^2-2x+m^2-1$ 经过原点，则 m 的值为（　　）

A. 0　　B. 1

C. -1　　D. ±1

2. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点坐标为 $(1,-3)$，则抛物线对应的函数解析式为（　　）

A. $y=x^2-2x+2$　　B. $y=x^2-2x-2$

C. $y=-x^2-2x+1$　　D. $y=x^2-2x+1$

3. 已知二次函数经过 $(-3,0)$ 和 $(0,3)$ 两点，且对称轴是 $x=-1$，则这个二次函数的表达式为（　　）

A. $y=-x^2+2x+3$　　B. $y=x^2+2x+3$

C. $y=-x^2+2x-3$　　D. $y=-x^2-2x+3$

二、填空题

4. 若一条抛物线的顶点是 $(-2,3)$，并且经过点 $(0,-1)$，则它的解析式为________.

5. 已知抛物线 $y=\frac{3}{8}x^2+bx+c$ 经过点 $A(-2,0)$，$C(0,-3)$，则该抛物线的解析式为________________.

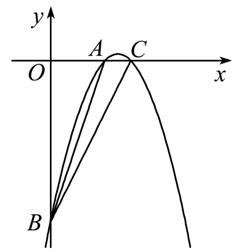
6. 过 $(-1,0)$，$(3,0)$，$(1,2)$ 三点的抛物线的解析式是________.

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

7. 已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$（b，c 均为常数）的图象经过点 $A(2,0)$，$B(0,-6)$.

(1)求这个二次函数的解析式.

(2)若点 $C(m,0)(m>2)$ 在这个二次函数的图象上，连接 AB，BC，求 $\triangle ABC$ 的面积.

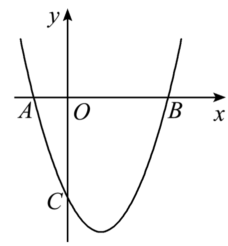


8. 如图所示，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1,0)$，$B(3,0)$ 两点.

(1)求该抛物线的解析式.

(2)求该抛物线的对称轴及顶点坐标.

(3)设第(1)题中的抛物线上有一个动点 P，当点 P 在该抛物线上滑动到什么位置时，满足 $S_{\triangle PAB}=8$？求出此时点 P 的坐标.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

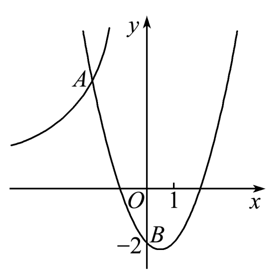
开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

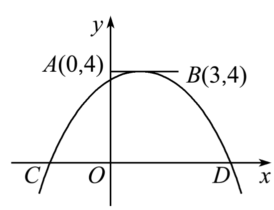
1. 如图所示，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点 $B(0,-2)$，它与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m,4)$，则这个二次函数的解析式为（　　）

A. $y=x^2-x-2$　　B. $y=x^2-x+2$

C. $y=x^2+x-2$　　D. $y=x^2+x+2$



第 1 题图



第 2 题图

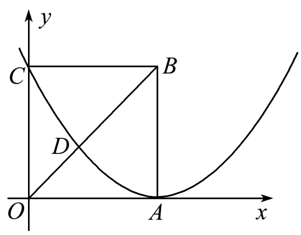
2. 如图所示，点 A,B 的坐标分别为(0,4)和(3,4)，抛物线 $y=a(x-m)^2+n$ 的顶点在线段 AB 上运动(抛物线随顶点一起平移)，与 x 轴交于 C,D 两点(点 C 在点 D 的左侧). 若点 C 的横坐标的最小值为 -4，则点 D 的横坐标的最大值为　(　　)

A. -3　　B. 6　　C. 7　　D. 8

二、填空题

3. 抛物线 $y=x^2-2x+4$ 沿直线 $y=1$ 翻折后所得抛物线的函数解析式为________________.

4. 如图所示，正方形 $ABCO$ 的边长为 1，以 A 为顶点，且经过点 C 的抛物线与对角线交于点 D，则点 D 的坐标为________________.



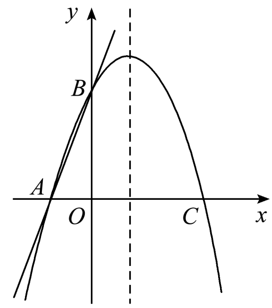
三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 如图所示，直线 $y=3x+m$ 交 x 轴于点 A，交 y 轴于点 $B(0,3)$，过 A,B 两点的抛物线交 x 轴于另一点 $C(3,0)$.

(1)求抛物线的解析式.

(2)在该抛物线的对称轴上找一点 P，使 $PA+PB$ 最小，求出点 P 的坐标.

(3)在抛物线的对称轴上是否存在点 Q，使 $\triangle ABQ$ 是等腰三角形？若存在，求出符合条件的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

§4　二次函数的应用

第 1 课时

自主学习，梳理新知

知识点　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 通过配方可得 $y=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$，此抛物线关于直线 $x=$________对称，顶点坐标为(________，________).

(1)当 $a>0$ 时，抛物线开口向________，有最________(选填“高”或“低”)点. 当 $x=$________时，y 有最________(选填“大”或“小”)值，是________________.

(2)当 $a<0$ 时，抛物线开口向________，有最________(选填“高”或“低”)点. 当 $x=$________时，y 有最________(选填“大”或“小”)值，是________________.

明确目标，把握新知

目标　建立二次函数模型求最大面积

典型例题

用总长为 60 m 的篱笆围成矩形场地，矩形面积 $S(\mathrm{m}^2)$随矩形一边长 $a(\mathrm{m})$的变化而变化.

(1)当矩形边长为多少时，矩形面积为200 m^2？

(2)求出 S 关于 a 的函数关系式，并写出自变量 a 的取值范围.

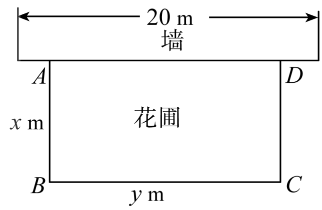
(3)当 a 是多少时，场地的面积 S 最大？最大面积是多少？

跟踪变式

王大爷要围成一个如图所示的矩形花圃 $ABCD$，花圃的一边利用 20 m 长的墙，另外三边用总长为 36 m 的篱笆恰好围成. 设 AB 边的长为 x m，BC 边的长为 y m，且 $BC>AB$.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式.(不要求写自变量的取值范围)

(2)当 x 是多少时，花圃的面积 S 最大？最大面积是多少？



核心强化

张大爷要围成一个矩形花圃，花圃的一边利用墙，另外三边用总长为 32 m 的篱笆恰好围成，围成的花圃是如图所示的矩形 $ABCD$. 设 AB 边的长为 x m，矩形 $ABCD$ 的面积为 S m^2.

(1)求 S 与 x 之间的函数关系式及自变量 x 的取值范围.

(2)当 x 为何值时，S 有最大值？请求出这个最大值.

(3)当墙的最大可利用长度为 10 m 时，围成花圃的最大面积是多少？

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

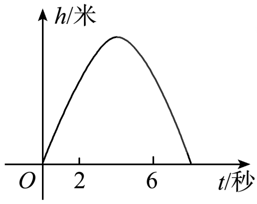
1. 一小球被抛出后，距离地面的高度 h(米)和飞行时间 t(秒)满足下列函数解析式：$h=-3(t-2)^2+5$，则小球距离地面的最大高度是　(　　)

A. 2 米　　B. 3 米　　C. 5 米　　D. 6 米

2. 已知某种礼炮的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)的关系是 $h=-\frac{5}{3}t^2+20t+1$. 若此礼炮在升空到最高处时引爆，到引爆需要的时间为　(　　)

A. 6 s　　B. 5 s　　C. 4 s　　D. 3 s

3. 竖直向上发射的小球的高度 h(米)关于运动时间 t(秒)的函数表达式为 $h=at^2+bt$,其图象如图所示.若小球在发射后第 2 秒与第 6 秒时的高度相等,则下列时刻中,小球的高度最高的是　(　　)



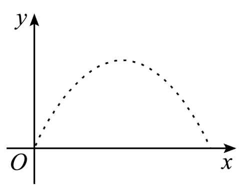
A. 第 3 秒　　B. 第 3.5 秒

C. 第 4.2 秒　　D. 第 6.5 秒

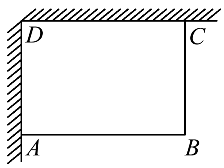
二、填空题

4. 从地面竖直向上抛出一个小球,小球的高度 h(单位:m)与小球的运动时间 t(单位:s)之间的关系式为 $h=30t-5t^2$,那么小球从抛出至回落到地面所需要的时间是________.

5. 如图所示,某广场有一喷水池,水从地面喷出.以水平地面为 x 轴,出水点为原点,建立平面直角坐标系 xOy,水在空中划出的曲线是抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$(单位:m)的一部分,则水喷出的最大高度是________.



第 5 题图

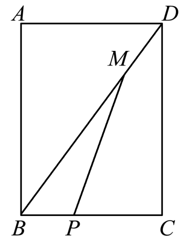


第 6 题图

6. 在综合实践活动中,同学们借助如图所示的直角墙角(两边足够长),用 24 m 长的篱笆围成一个矩形花园 $ABCD$,则矩形花园 $ABCD$ 的最大面积为________.

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

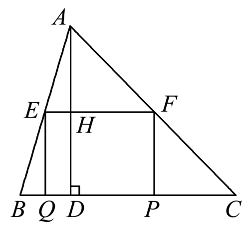
7. 如图所示,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=8$,$BC=6$,P 是线段 BC 上一点(点 P 不与点 B 重合),M 是 DB 上一点,且 $BP=DM$.设 $BP=x$,$\triangle MBP$ 的面积为 y,求 y 与 x 之间的函数关系式.



8. 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,$\angle C=45°$,$BC=10$,高 $AD=8$,矩形 $EFPQ$ 的一边 QP 在边 BC 上,E,F 两点分别在 AB,AC 上,AD 交 EF 于点 H.

(1)求证:$\frac{AH}{AD}=\frac{EF}{BC}$.

(2)设 $EF=x$,当 x 为何值时,矩形 $EFPQ$ 的面积最大?并求其最大值.



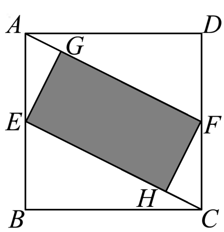
用时:______分钟

评价:真棒　有进步　加油

开阔视野,拓展提升

一、单项选择题

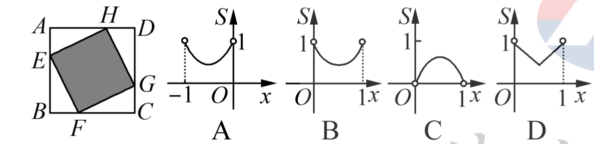
1. 如图所示,在正方形 $ABCD$ 中,E,F 分别是 AB,CD 的中点,$EG\perp AF$,$FH\perp CE$,垂足分别为 G,H.设 $AG=x$,图中阴影部分的面积为 y,则 y 与 x 之间的函数关系式是　(　　)



A. $y=3\sqrt{3}x^2$　　B. $y=4\sqrt{3}x^2$

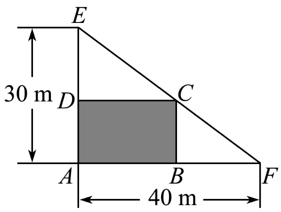
C. $y=8x^2$　　D. $y=9x^2$

2. 如图所示,正方形 $ABCD$ 的边长为 1,E,F,G,H 分别为各边上的点,且 $AE=BF=CG=DH$.设小正方形 $EFGH$ 的面积为 S,AE 为 x,则 S 关于 x 的函数图象大致是　(　　)

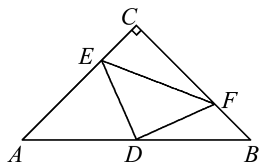


二、填空题

3. 如图所示，在一个直角三角形的内部作一个矩形 $ABCD$，其中 AB 和 AD 分别在两直角边上，点 C 在斜边上. 设矩形的一边 $AB=x$ m，矩形的面积为 y m²，则 y 的最大值为________.



第 3 题图



第 4 题图

4. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=8$，D 为 AB 的中点，E，F 是边 AC，BC 上的动点，点 E 从点 A 出发向点 C 运动，同时点 F 以相同的速度从点 C 出发向点 B 运动，点 F 运动到点 B 时停止. 当 AE 为________时，△ECF 的面积最大.

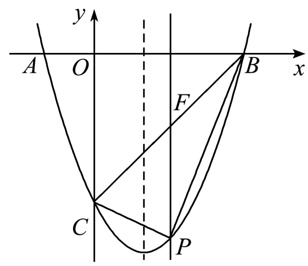
三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 如图所示，在平面直角坐标系中，点 A，C 的坐标分别为$(-1,0)$和$(0,-3)$，点 B 在 x 轴上. 已知某二次函数的图象经过 A，B，C 三点，且它的对称轴为直线 $x=1$，P 为直线 BC 下方的二次函数图象上的一个动点（点 P 与点 B，C 不重合），过点 P 作 y 轴的平行线，交 BC 于点 F.

(1)求该二次函数的解析式.

(2)若设点 P 的横坐标为 m，用含 m 的代数式表示线段 PF 的长.

(3)求△PBC 面积的最大值，并求此时点 P 的坐标.



用时：________分钟

评价：真棒 有进步 加油

第 2 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1 总利润＝每一件的利润×__________.

知识点 2 二次函数求最值的一般方法：

(1)依据实际问题中的数量关系列出二次函数表达式，应用配方法得到顶点式.

(2)依据实际问题，找出自变量的取值范围.

(3)在自变量的取值范围内，根据二次函数的最值或增减性确定最大值或最小值.

明确目标，把握新知

目标 建立二次函数模型求最大利润

典型例题

某商店购进一批单价为 8 元的商品，如果按每件 10 元出售，那么每天可销售 100 件. 经调查发现，这种商品的销售单价每提高 1 元，其销售量相应减少 10 件.

(1)求销售量 y（单位：件）与销售单价 x（单位：元，$x>10$）之间的关系式.

(2)将销售单价 x 定为多少,才能使每天所获销售利润最大?最大利润是多少?

跟踪变式

某种商品每件的进价为 30 元,在某段时间内,若以每件 x 元出售,可卖出 $(200-x)$ 件. 应如何定价,才能使利润最大?

核心强化

某商店购进一批单价为 20 元的日用商品,如果以单价 30 元销售,那么半个月内可售出 400 件. 根据销售经验,提高销售单价会导致销售量的减少,且销售单价每提高 1 元,销售量就相应减少 20 件. 如何提高售价,才能在半个月内获得最大利润?

自我测试,查缺补漏

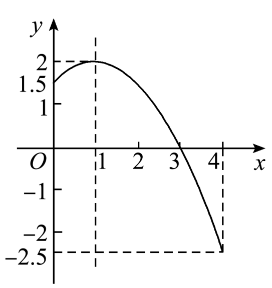
一、单项选择题

1. 二次函数 $y=x^2+2x-5$ 有 ( )

A. 最大值 -5　　B. 最小值 -5

C. 最大值 -6　　D. 最小值 -6

2. 已知二次函数的图象 $(0\leqslant x\leqslant 4)$ 如图所示,关于该函数在所给自变量的取值范围内,下列说法正确的是 ( )



A. 有最大值 2,有最小值 -2.5

B. 有最大值 2,有最小值 1.5

C. 有最大值 1.5,有最小值 -2.5

D. 有最大值 2,无最小值

3. 若二次函数 $y=mx^2-4x+1$ 有最小值 -3,则 m 的值为 ( )

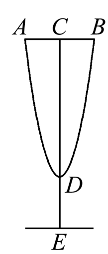
A. 1　　B. -1　　C. ± 1　　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

4. 把一个小球以 20 米/秒的速度竖直向上弹出,它在空中的高度 h(米)与时间 t(秒)满足关系 $h=20t-5t^2$. 当小球达到最高点时,小球的运动时间为________秒.

5. 某商店销售一种进价为 50 元/件的商品,当售价为 60 元/件时,一天可卖出 200 件. 经调查发现,如果商品的单价每上涨 1 元,一天就会少卖出 10 件. 设商品的售价上涨了 x 元/件(x 是正整数),销售该商品一天的利润为 y 元,那么 y 与 x 的函数表达式为________________. (不必写出 x 的取值范围)

6. 小明以二次函数 $y=2x^2-4x+8$ 的图象为灵感为葡萄酒大赛设计了一款杯子. 如图所示,这是杯子的设计稿. 若 $AB=4$,$DE=3$,则杯子的高 CE 为________.

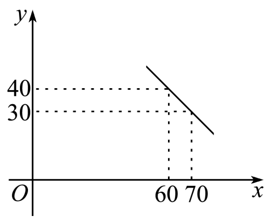


三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 某公司试销一种成本单价为 50 元/件的新产品，规定试销时销售单价不低于成本单价，又不高于 80 元/件. 经试销调查发现，销售量 y(件)与销售单价 x(元/件)可近似看作一次函数 $y=kx+b$ 的关系，如图所示.

(1)根据图象，求一次函数 $y=kx+b$ 的解析式，并写出自变量 x 的取值范围.

(2)该公司要想每天获得最大的利润，应把销售单价定为多少？最大利润值为多少？



8. 商场某种商品平均每天可销售 30 件，每件盈利 50 元. 为了尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现，每件商品每降价 1 元，商场每天可多售出 2. 设每件商品降低 x 元，据此规律回答下列问题：

(1)商场日销售量增加________件，每件商品盈利________元.(用含 x 的代数式表示)

(2)在上述条件不变，销售正常的情况下，设商场日盈利 y 元，求 y 与 x 的函数关系式.

(3)在第(2)题的条件下，每件商品降价多少元时，商场日盈利最高？

用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

1. 便民商店经营一种商品，在销售过程中发现，一周利润 y(元)与每件销售价 x(元)之间的关系满足 $y=-2(x-20)^2+1\ 558$. 由于某种原因，价格只能满足 $15\leqslant x\leqslant 22$，那么一周可获得的最大利润是 ( )

A. 20 元　　B. 1 508 元

C. 1 550 元　　D. 1 558 元

2. 如图 1 所示，E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，动点 P,Q 同时从点 B 出发，点 P 沿折线 $BE-ED-DC$ 运动到点 C 时停止，点 Q 沿 BC 运动到点 C 时停止，它们运动的速度都是 1 cm/s. 设 P,Q 同时出发 t s 时，$\triangle BPQ$ 的面积为 y cm^2. 已知 y 与 t 的函数关系图象如图 2 所示(曲线 OM 为抛物线的一部分)，则下列结论中正确的是 ( )

①$AD=BE=5$ cm　②$\cos\angle ABE=\dfrac{3}{5}$　③当 $0<t\leqslant 5$ 时，$y=\dfrac{2}{5}t^2$　④当 $t=\dfrac{29}{4}$ 时，$\triangle ABE\backsim\triangle QBP$

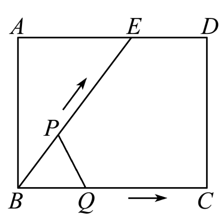


图 1

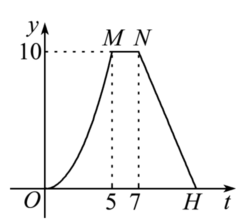


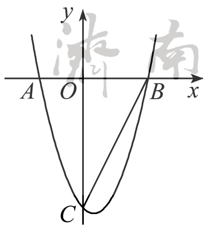
图 2

A. ①②③　B. ②③　C. ①③④　D. ②④

二、填空题

3. 已知二次函数 $y=2(x+1)^2+1$，$-2\leqslant x\leqslant 1$，则函数 y 的最小值是________，最大值是________.

4. 如图所示，在直角坐标系中，抛物线 $y=x^2-x-6$ 与 x 轴交于 A，B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C. 如果点 M 在 y 轴右侧的抛物线上，且 $S_{\triangle AMO}=\frac{2}{3}S_{\triangle COB}$，那么点 M 的坐标是________________.



三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 某工艺厂设计了一款成本为 20 元/件的工艺品投放市场进行试销. 经过调查，得到如下数据：

销售单价 x/元	……	30	40	50	60	……
每天销售量 y/件	……	500	400	300	200	……

(1)猜想 y 与 x 的函数关系，并求出函数关系式.

(2)当销售单价定为多少时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大？最大利润是多少？

(3)销售部门规定，该工艺品的销售单价不得超过 48 元. 工艺厂要想每天获得 8 750 元的利润，销售单价应定为多少元？

用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

§5　二次函数与一元二次方程

第 1 课时

自主学习，梳理新知

知识点 1　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的关系：

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点个数	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式 b^2-4ac
有两个交点	有两个不同的实数根	$b^2-4ac>0$
有一个交点	有两个相等的实数根	$b^2-4ac=0$
没有交点	没有实数根	$b^2-4ac<0$

知识点 2　二次函数的图象特征与 a,b,c 及判别式 b^2-4ac 的符号之间的关系：

$$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)\begin{cases} a\leftrightarrow \text{开口方向} \\ a,b\begin{cases}\text{同号}\leftrightarrow\text{对称轴在 } y \text{ 轴左侧}\\ \text{异号}\leftrightarrow\text{对称轴在 } y \text{ 轴右侧}\end{cases} \\ \Delta=b^2-4ac\leftrightarrow\text{与 } x \text{ 轴的交点个数} \\ \text{与 } y \text{ 轴交于点 } C(0,c)\begin{cases} c>0\leftrightarrow\text{在 } y \text{ 轴正半轴}\\ c=0\leftrightarrow\text{原点}\\ c<0\leftrightarrow\text{在 } y \text{ 轴负半轴}\end{cases}\end{cases}$$

明确目标，把握新知

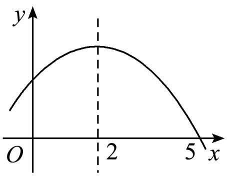
目标 1 二次函数与一元二次方程的关系

典型例题 1

若函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点,则 $m=$________.

跟踪变式 1

如图所示,这是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象.由图象可知,方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是________,________.



核心强化 1

1. 若二次函数 $y=kx^2-6x+3$ 的图象与 x 轴有两个交点,则 k 的取值范围是 ( )

A. $k<3$　　B. $k<3$ 且 $k\neq0$

C. $k\leqslant3$　　D. $k\leqslant3$ 且 $k\neq0$

2. 不论 m 为何实数,抛物线 $y=x^2-mx+m-2$ ( )

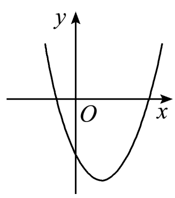
A. 在 x 轴上方　　B. 与 x 轴只有一个交点

C. 与 x 轴有两个交点　　D. 在 x 轴下方

目标 2 二次函数的图象特征与 a,b,c 及判别式 b^2-4ac 的符号之间的关系

典型例题 2

二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示,一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的根的判别式为 $\Delta=b^2-4ac$,则下列选项中正确的是 ( )



A. $b<0,c<0,\Delta>0$

B. $b>0,c>0,\Delta>0$

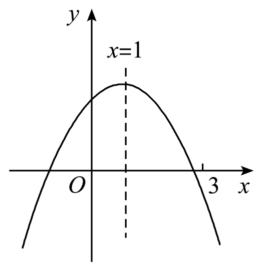
C. $b>0,c<0,\Delta>0$

D. $b<0,c>0,\Delta<0$

跟踪变式 2

已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示,则下列结论中正确的有 ( )

①$abc>0$　②$2a+b=0$　③$a-b+c>0$　④$b^2-4ac>0$



A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

核心强化 2

已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示:

x	……	-1	0	1	2	3	……
y	……	3	0	-1	0	3	……

给出下列结论,其中正确的是 ( )

①抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向下

②抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$

③方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2

④当 $y>0$ 时,x 的取值范围是 $x<0$ 或 $x>2$

A. ①④　　B. ②④

C. ②③　　D. ③④

自我测试，查缺补漏

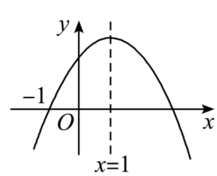
一、单项选择题

1. 已知抛物线 $y=x^2-2x+1$ 与 x 轴的一个交点为 $(m,0)$,则代数式 $m^2-2m+2\ 019$ 的值为 ( )

A. 2 017　　B. 2 018

C. 2 019　　D. 2 020

2. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示,则下列结论中正确的是 ( )



A. $a>0$

B. $c<0$

C. 3 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

D. 当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小

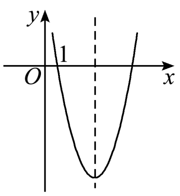
3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个根分别为 $x_1=1$，$x_2=2$，那么抛物线 $y=x^2+bx+c$的对称轴为直线　　　　(　　)

A. $x=1$　　B. $x=2$　　C. $x=\frac{3}{2}$　　D. $x=-\frac{3}{2}$

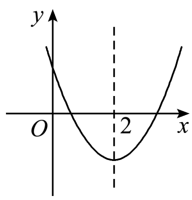
二、填空题

4. 已知抛物线 $y=x^2+2x+m$ 与 x 轴有且只有一个公共点，则 $m=$________.

5. 二次函数 $y=x^2-8x+n$ 的部分图象如图所示，若关于 x 的一元二次方程 $x^2-8x+n=0$ 的一个解为 $x_1=1$，则另一个解为 $x_2=$________.



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图所示，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象如图所示，下列结论中正确的是________________.（填序号）

①$abc<0$　②$b<a+c$　③$4a+2b+c>0$

④$b^2-4ac>0$

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

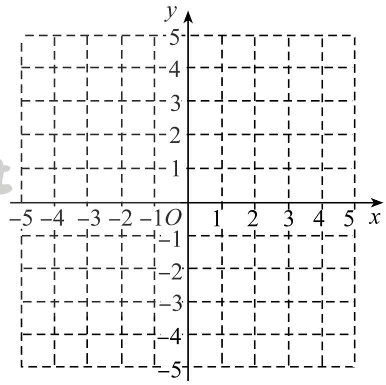
7. 对于抛物线 $y=x^2-4x+3$.

(1)它与 x 轴交点的坐标为____________，与 y 轴交点的坐标为________，顶点坐标为________.

(2)在所给的平面直角坐标系中画出该抛物线.

(3)结合图象回答问题：当 $1<x<4$ 时，y 的取值范围是____________.

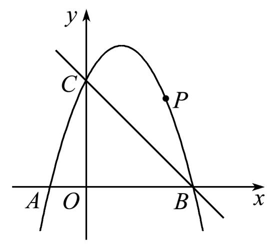
(4)利用以上信息解答下列问题：若关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+3=t$（t 为实数）在 $-1\leqslant x\leqslant \frac{7}{2}$ 的范围内有解，则 t 的取值范围是____________.



8. 如图所示，已知二次函数 $y=ax^2+2x+c$ 的图象经过点 $C(0,3)$，与 x 轴分别交于点 A 和点 $B(3,0)$，P 是直线 BC 上方的抛物线上一动点.

(1)求二次函数 $y=ax^2+2x+c$ 的表达式.

(2)连接 PO，PC，并把△POC 沿 y 轴翻折，得到四边形 $POP'C$. 若四边形 $POP'C$ 为菱形，请求出此时点 P 的坐标.



用时：________分钟

评价： 真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

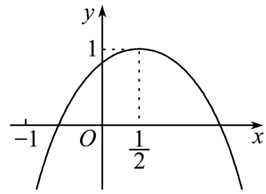
一、单项选择题

1. 若函数 $y=x^2-2x+b$ 的图象与坐标轴有三个交点，则 b 的取值范围是　　(　　)

A. $b<1$ 且 $b\neq 0$　　B. $b>1$

C. $0<b<1$　　D. $b<1$

2. 如图所示，二次函数 $y=ax^2+bx+c$的图象与 y 轴正半轴相交，其顶点坐标为$(\frac{1}{2},1)$. 下列结论中正



确的有 ( )

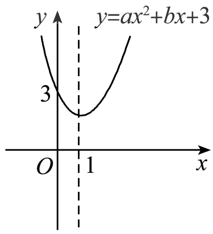
①$ac<0$ ②$a+b=0$ ③$4ac-b^2=4a$ ④$(a+c)^2-b^2<0$

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

3. 若直线 $y=4x+1$ 与抛物线 $y=x^2+2x+k$ 有唯一的交点，则 $k=$________.

4. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx+3(a\neq0)$ 的对称轴为直线 $x=1$. 如果关于 x 的方程 $ax^2+bx-8=0(a\neq0)$ 的一个根为 4，那么该方程的另一个根为________.



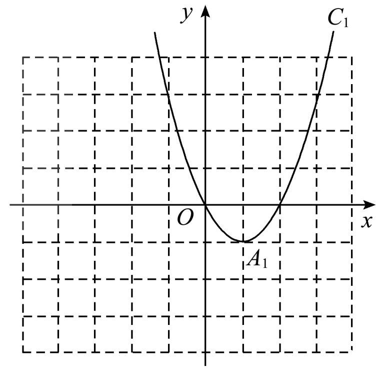
三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 已知抛物线 C_1: $y=x^2-2x$ 的图象如图所示，把 C_1 的图象沿 y 轴翻折，得到抛物线 C_2 的图象，抛物线 C_1 与抛物线 C_2 的图象合称图象 C_3.

(1)求抛物线 C_1 的顶点 A_1 的坐标，并画出抛物线 C_2 的图象.

(2)若直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 有且只有一个交点，则称直线与抛物线相切. 若直线 $y=x+b$ 与抛物线 C_1 相切，求 b 的值.

(3)结合图象回答：当直线 $y=x+b$ 与图象 C_3 有两个交点时，求 b 的取值范围.



用时：______分钟

评价：真棒 有进步 加油

第 2 课时

自主学习，梳理新知

知识点 通过二次函数的图象求一元二次方程的近似根.

明确目标，把握新知

目标 用图象法求一元二次方程的近似根

典型例题

已知二次函数 $y=x^2+2x-10$，小明利用计算器列出了下表：

x	-4.1	-4.2	-4.3	-4.4
$x^2+2x-10$	-1.39	-0.76	-0.11	0.56

那么方程 $x^2+2x-10=0$ 的一个近似根是 ( )

A. -4.1 B. -4.2 C. -4.3 D. -4.4

跟踪变式

已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表所示，则下列判断正确的是 ( )

x	-1	0	1	2
y	-3	1	3	1

A. 抛物线开口向上

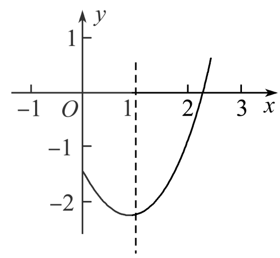
B. 抛物线与 y 轴交于负半轴

C. 当 $x=3$ 时，$y>0$

D. 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正根在 2 与 3 之间

核心强化

在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$(a，b，c 是常数，$a>0$)的部分图象如图所示，直线 $x=1$ 是它的对称轴. 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根 x_1 的取值范围是 $2<x_1<3$，则它的另一个根 x_2 的取值范围是________.

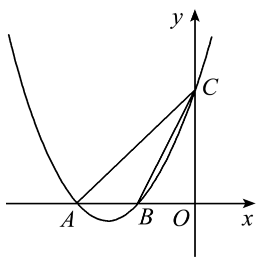


自我测试，查缺补漏

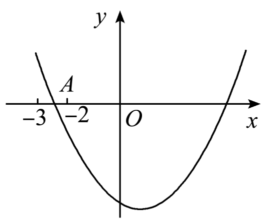
一、单项选择题

1. 如图所示，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+4$ 与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，连接 BC，AC，则 $\triangle ABC$ 的面积为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8



第 1 题图



第 2 题图

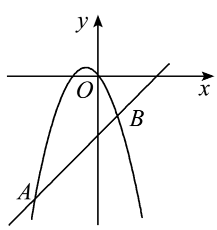
2. 如图所示，以$(1,-4)$为顶点的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴负半轴交于点 A，则一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正数解的范围是（　　）

A. $2<x<3$　　B. $3<x<4$

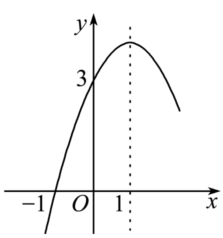
C. $4<x<5$　　D. $5<x<6$

二、填空题

3. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3,-6)$，$B(1,-2)$，则关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为________.



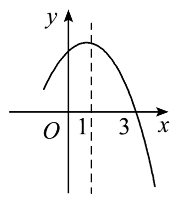
第 3 题图



第 4 题图

4. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象如图所示. 若 $y>0$，则 x 的取值范围是________.

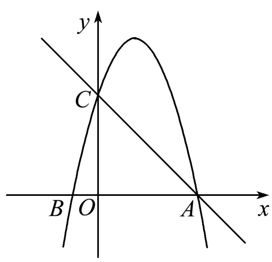
5. 如图所示，这是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，下列说法中正确的是________.

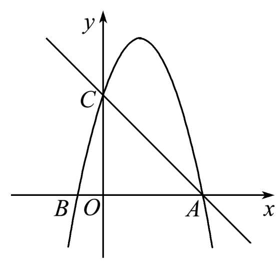


①$ac<0$　②方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根是 $x_1=-1$，$x_2=3$　③$a+b+c>0$　④当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大

三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

6. 如图所示，在平面直角坐标系中，已知点 A 的坐标是$(4,0)$，并且 $OA=OC=4OB$，动点 P 在过 A，B，C 三点的抛物线上.





备用图

(1)求抛物线的解析式.

(2)在抛物线上是否存在点 P，使得$\triangle ACP$ 是以 AC 为直角边的直角三角形？若存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

7. 如图所示,已知抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+4$ 的对称轴是直线 $x=3$,且与 x 轴相交于 A,B 两点(点 B 在点 A 右侧),与 y 轴交于点 C.

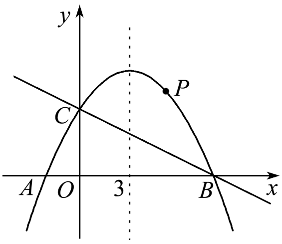


图 1

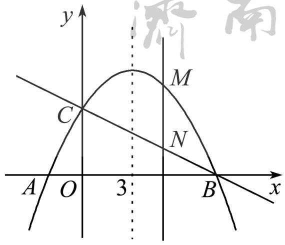


图 2

(1)求抛物线的解析式和 A,B 两点的坐标.

(2)若 P 是抛物线上 B,C 两点之间的一个动点(不与点 B,C 重合),则是否存在一点 P,使 $\triangle PBC$ 的面积最大?若存在,请求出 $\triangle PBC$ 的最大面积;若不存在,试说明理由.

(3)如图所示,若 M 是抛物线上任意一点,过点 M 作 y 轴的平行线,交直线 BC 于点 N. 当 $MN=3$ 时,求点 M 的坐标.

用时:______分钟

评价: 真棒 有进步 加油

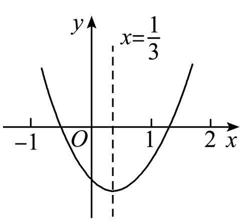
开阔视野,拓展提升

一、单项选择题

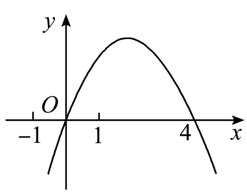
1. 如图所示,这是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象,则下列结论中正确的有 ( )

①$abc>0$ ②$a-b+c>0$ ③$2a+3b>0$ ④$c-4b>0$

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 1 题图



第 2 题图

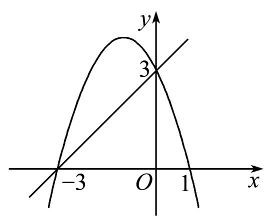
2. 二次函数 $y=-x^2+mx$ 的图象如图所示,对称轴为直线 $x=2$. 若关于 x 的一元二次方程 $-x^2+mx-t=0$(t 为实数)在 $1<x<5$ 的范围内有解,则 t 的取值范围是 ( )

A. $t>-5$ B. $-5<t<3$

C. $3<t\leqslant 4$ D. $-5<t\leqslant 4$

二、填空题

3. 二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$ 与一次函数 $y_2=mx+n$ 的图象如图所示,则满足 $ax^2+bx+c>mx+n$ 的 x 的取值范围是____________.



4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 为常数,且 $a\neq 0$)中的 x 与 y 的部分对应值如下表所示:

x	-1	0	1	3
y	-1	3	5	3

下列结论中正确的是________.(填序号)

①$ac<0$

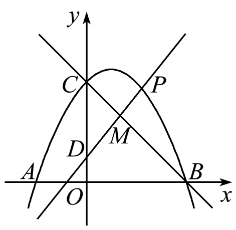
②当 $x>1$ 时,y 的值随 x 值的增大而减小

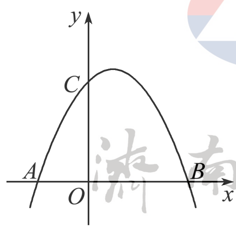
③3 是方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$ 的一个根

④当 $-1<x<3$ 时,$ax^2+(b-1)x+c>0$

三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

5. 如图所示,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 与 x 轴交于 $A(-2,0)$,$B(4,0)$两点,与 y 轴交于点 C,且 $OC=2OA$.





备用图

(1)试求抛物线的解析式.

(2)直线 $y=kx+1(k>0)$ 与 y 轴交于点 D，与抛物线交于点 P，与直线 BC 交于点 M，记 $m=\frac{PM}{DM}$，试求 m 的最大值及此时点 P 的坐标.

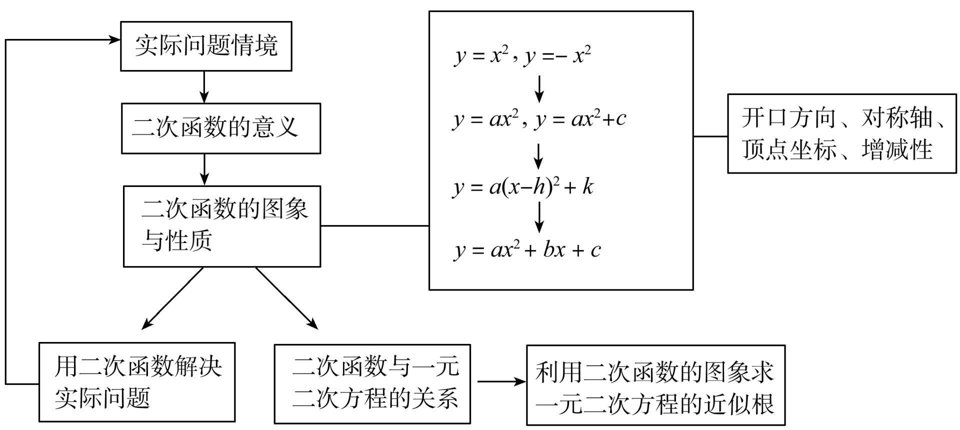
(3)在第(2)题的条件下，Q 是 x 轴上的一个动点，N 是坐标平面内的一点，是否存在这样的点 Q，N，使得以 P，D，Q，N 四点组成的四边形是矩形？如果存在，请求出点 N 的坐标；如果不存在，请说明理由.

用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

复习课

知识梳理，形成结构



强化知识，综合运用

目标 1　二次函数的概念

典型例题 1

若 $y=(m+3)x^{m^2-7}+mx+2$ 是关于 x 的二次函数，则 $m=$________.

跟踪变式 1

下列函数是二次函数的是　　(　　)

A. $y=2x$

B. $y=\frac{1}{x}+x$

C. $y=x+5$

D. $y=(x+1)(x-3)$

核心强化 1

若 $y=(m-2)x^{|m|}$ 是关于 x 的二次函数，则 $m=$________.

目标 2　二次函数的图象及性质

典型例题 2

把抛物线 $y=-2x^2$ 向上平移 1 个单位,再向右平移 1 个单位,得到的新抛物线是　　(　　)

A. $y=-2(x+1)^2+1$　　B. $y=-2(x-1)^2+1$

C. $y=-2(x-1)^2-1$　　D. $y=-2(x+1)^2-1$

跟踪变式 2

下列关于二次函数 $y=-2(x-2)^2+1$ 的图象的叙述中,错误的是　　(　　)

A. 开口向下

B. 对称轴是直线 $x=2$

C. 此函数有最小值,最小值是 1

D. 当 $x>2$ 时,函数 y 随 x 的增大而减小

核心强化 2

已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$的图象过点 $A(1,n)$,$B(3,n)$,若点 $C(-1,y_1)$,$D(0,y_2)$,$E(6,y_3)$也在该二次函数的图象上,则下列结论正确的是　　(　　)

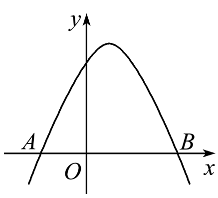
A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$

C. $y_3<y_1<y_2$　　D. $y_1<y_3<y_2$

目标 3　二次函数与一元二次方程的关系

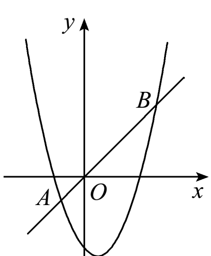
典型例题 3

抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$与 x 轴的两个交点分别为 $A(-1,0)$和 $B(2,0)$,则一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为________.

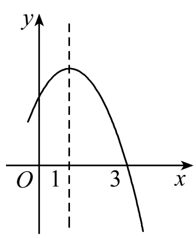


跟踪变式 3

如图所示,直线 $y_1=x$ 与抛物线 $y_2=x^2-x-3$ 交于 A,B 两点,则 $y_1<y_2$ 的取值范围是________.



跟踪变式 3 图



核心强化 3 图

核心强化 3

若二次函数 $y=-x^2+2x+k$ 的部分图象如图所示,则关于 x 的一元二次方程 $-x^2+2x+k=0$ 的一个解 $x_1=3$,另一个解 $x_2=$________.

目标 4　确定二次函数的表达式

典型例题 4

在平面直角坐标系中,已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=2$,且其顶点在直线 $y=-2x+2$ 上.

(1)直接写出抛物线的顶点坐标.

(2)求抛物线的解析式.

跟踪变式 4

二次函数 $y=ax^2-2ax-3(a\neq 0)$的图象经过点 A.

(1)求二次函数的对称轴.

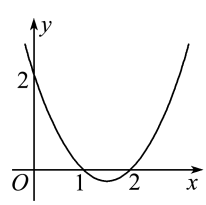
(2)当 $A(-1,0)$时,解答下列问题:

①求此时二次函数的表达式;

②把 $y=ax^2-2ax-3$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式,并写出顶点坐标.

核心强化 4

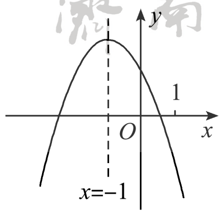
已知某函数的图象如图所示,求这个函数的解析式.



目标 5　二次函数的图象特征与 a,b,c 及判别式 b^2-4ac 的符号之间的关系

典型例题 5

已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ 的图象如图所示，则下列结论正确的有（　　）



①$abc<0$　②$a+b+c<0$

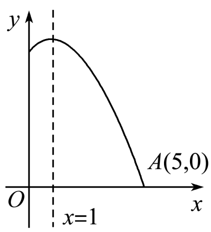
③$4a+c>2b$　④$2a-b=0$

⑤$m(am+b)+b<a(m\neq -1)$

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

跟踪变式 5

如图所示，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的一部分过点 $A(5,0)$，对称轴为直线 $x=1$，则下列结论错误的是（　　）



A. $abc<0$

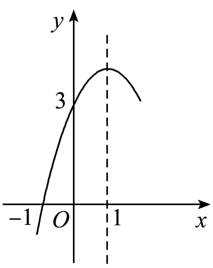
B. 当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. $4a-2b+c<0$

D. 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 $x_1=-3$，$x_2=5$

核心强化 5

如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的对称轴为直线 $x=1$，与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1,0)$，其部分图象如图所示，下列结论中正确的有（　　）



①$4ac<b^2$

②方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$，$x_2=3$

③$3a+c>0$

④当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $-1\leqslant x<3$

⑤当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

目标 6　建立二次函数模型解决问题

典型例题 6

某商店经营一种文具，已知成批购进时的单价是 20 元. 调查发现，销售单价是 30 元时，月销售量是 230 件，而销售单价每上涨 1 元，月销售量就减少 10 件，且每件文具的售价不能高于 40 元. 设每件文具的销售单价上涨 x 元时（x 为正整数），月销售利润为 y 元.

(1)求 y 与 x 的函数关系式.

(2)每件文具的售价定为多少元时，月销售利润为 2 520 元？

(3)每件文具的售价定为多少元时，可使月销售利润最大？最大的月销售利润是多少？

跟踪变式 6

某商场将每件进价为 80 元的某种商品按每件 100 元出售，一天可售出 100 件. 后来经过市场调查发现，这种商品的单价每降低 1 元，其销量可增加 10 件.

(1)若商场经营该商品一天要获利润 2 160 元，则每件商品应降价多少元？

(2)设后来该商品每件降价 x 元，商场一天可获利润 y 元. 求出 y 与 x 之间的函数关系式，并求当 x 取何值时，商场获利润最大.

核心强化 6

商场里某种商品平均每天可销售 100 件，每件盈利 20 元.“五一”期间，商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现，该商品的单价每降价 1 元，商场平均每天可多售出 10 件. 设每件商品降价 x 元，据此规律回答下列问题：

(1)降价后每件商品盈利________元，商场日销售量增加________件.（用含 x 的代数式表示）

(2)在上述条件不变的情况下，每件商品降价多少元时，商场日盈利最大？最大值是多少？

自我测试，查缺补漏

一、单项选择题

1. 若函数 $y=(m-1)x^2+3x+1$ 是二次函数,则有 ( )

A. $m\neq0$　　B. $m\neq1$

C. $x\neq0$　　D. $x\neq1$

2. 在平面直角坐标系中,将抛物线 $y=(x+1)^2$ 向右平移 2 个单位,再向下平移 4 个单位,得到的抛物线的解析式是 ( )

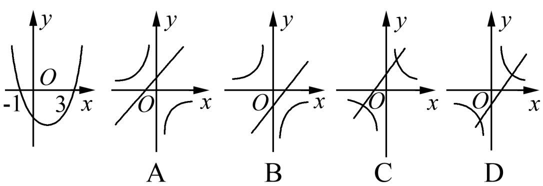
A. $y=(x-2)^2-4$

B. $y=(x-1)^2-4$

C. $y=(x-2)^2-3$

D. $y=(x-1)^2-3$

3. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ( )



二、填空题

4. 抛物线 $y=x^2-2x+c-4$ 经过原点,则 $c=$________.

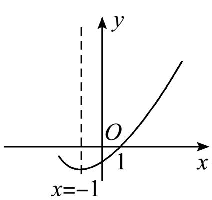
5. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分对应值如下表所示:

x	……	-3	-2	0	1	4	5	……
y	……	7	0	-8	-9	0	7	……

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴为直线 $x=$________.

6. 如图所示,这是二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象的一部分,则下列命题中正确的是__________.

①$abc<0$　②$b>2a$　③$a+b+c=0$　④$ax^2+bx+c=0$ 的两根分别为 -3 和 1　⑤$8a+c>0$



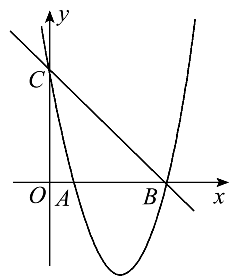
三、解答题(写出必要的文字说明或演算步骤)

7. 如图所示,已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的一个交点为 $B(5,0)$,另一个交点为 A,且与 y 轴交于点 $C(0,5)$.

(1)求直线 BC 与抛物线的解析式.

(2)若 M 是抛物线在 x 轴下方图象上的一个动点,过点 M 作 $MN\parallel y$ 轴,交直线 BC 于点 N,求 MN 的最大值.

(3)在第(2)题的条件下,MN 取得最大值时,若 P 为 x 轴上一点,以 C,B,P 为顶点的三角形与 $\triangle CMN$ 相似,求点 P 的坐标.

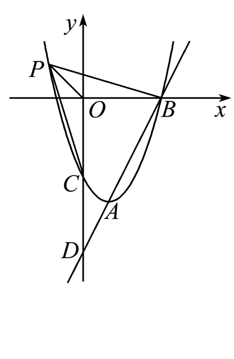


8. 如图所示,已知直线 $y=kx-6$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 相交于 A,B 两点,且点 $A(1,-4)$ 为抛物线的顶点,点 B 在 x 轴上.

(1)求抛物线的解析式.

(2)在第(1)题中抛物线位于第二象限部分上是否存在一点 P,使 $\triangle POB$ 与 $\triangle POC$ 全等?若存在,求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

(3)若 Q 是 y 轴上一点,且 $\triangle ABQ$ 为直角三角形,求点 Q 的坐标.



用时:______分钟

评价:真棒　有进步　加油

开阔视野，拓展提升

一、单项选择题

1. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象经过点 $(-2,0)$，$(x_0,0)$，$1<x_0<2$，与 y 轴的负半轴相交，且交点在 $(0,-2)$ 的上方. 下列结论中正确的有　　(　　)

①$b>0$　②$2a<b$　③$2a-b-1<0$　④$2a+c<0$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 若二次函数 $y=x^2+2x+m$ 的图象与坐标轴有 3 个交点，则 m 的取值范围是　　(　　)

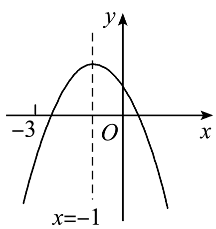
A. $m>1$　　B. $m<1$

C. $m>1$ 且 $m\neq0$　　D. $m<1$ 且 $m\neq0$

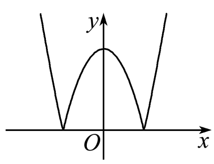
二、填空题

3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示，下列结论中正确的是________.（填序号）

①$abc<0$　②$b^2-4ac<0$　③$3a+c<0$　④若 m 为任意实数，则 $m(am-b)+b\leqslant a$　⑤若 $ax_1^2+bx_1=ax_2^2+bx_2$，且 $x_1\neq x_2$，则 $x_1+x_2=-2$



4. 已知函数 $y=|x^2-4|$ 的大致图象如图所示，如果方程 $|x^2-4|=m$（m 为实数）有 4 个不相等的实数根，则 m 的取值范围是________.



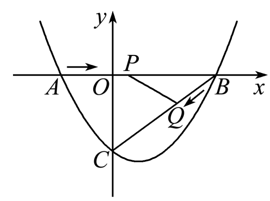
三、解答题（写出必要的文字说明或演算步骤）

5. 如图所示，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx-3(a\neq0)$ 与 x 轴交于 $A(-2,0)$，$B(4,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 点 P 从点 A 出发，在线段 AB 上以每秒 3 个单位长度的速度向点 B 运动，同时点 Q 从点 B 出发，在线段 BC 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动，其中一个点到达终点时，另一个点也停止运动. 当 $\triangle PBQ$ 存在时，求运动多少秒时 $\triangle PBQ$ 的面积最大，并求出最大面积.

(3) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t，使以 P，B，Q 为顶点的三角形为直角三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由.



用时：______分钟

评价：真棒　有进步　加油

得分________

密

姓名________

封

班级________

线

学校________

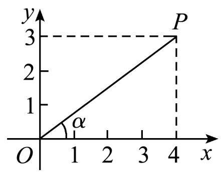
第一章达标检测

（时间：45 分钟　　满分：100 分）

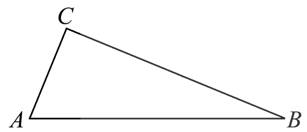
一、单项选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(4,3)$，OP 与 x 轴正半轴的夹角为 α，则 $\tan\alpha$ 的值为　（　　）

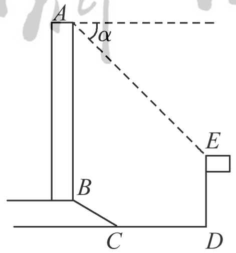
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$



第 1 题图



第 2 题图



第 4 题图

2. 如图所示，在△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=5$．若 $\cos A=\frac{5}{13}$，则 BC 的长为　（　　）

A. 8　　B. 12　　C. 13　　D. 18

3. 在△ABC 中，若 $\left|\sin A-\frac{1}{2}\right|+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos B\right)^2=0$，则 $\angle C$ 的度数是　（　　）

A. 45°　　B. 75°　　C. 105°　　D. 120°

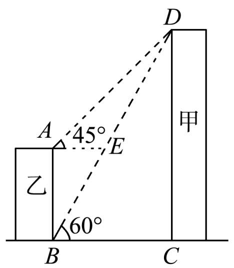
4. 如图所示，某办公大楼正前方有一根高度是 15 m 的旗杆 ED，从办公楼顶端 A 测得旗杆顶端 E 的俯角 α 是 45°，旗杆底端 D 到大楼前梯坎底边的距离 DC 是 20 m，梯坎坡长 BC 是 12 m，梯坎坡度 $i=1:\sqrt{3}$，则大楼 AB 的高度约为　（　　）

（精确到 0.1 m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{6}\approx2.45$）

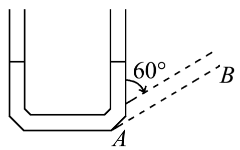
A. 30.6 m　　B. 32.1 m　　C. 37.9 m　　D. 39.4 m

5. 如图所示，甲、乙为两座建筑物，它们之间的水平距离 BC 为 30 m，在 A 点测得 D 点的仰角 $\angle EAD$ 为 45°，在 B 点测得 D 点的仰角 $\angle CBD$ 为 60°，则乙建筑物的高度为　（　　）

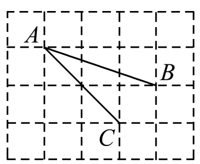
A. $30\sqrt{3}$ m　　B. $(30\sqrt{3}-30)$m　　C. 30 m　　D. $30\sqrt{2}$ m



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

6. 如图所示，往竖直放置的在 A 处由短软管连接的粗细均匀细管组成的“U”形装置中注入一定量的水，水面高度为 6 cm，现将右边的细管绕 A 处按顺时针方向旋转 60°到 AB 的位置，且左边细管的位置不变，则此时“U”形装置左边细管内水柱的高度约为　（　　）

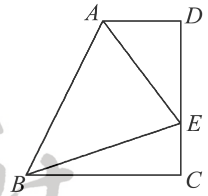
A. 4 cm　　B. $2\sqrt{3}$ cm　　C. 3 cm　　D. 8 cm

7. 如图所示的网格是正方形网格，点 A,B,C 都在格点上，则 $\tan\angle BAC$ 的值为　（　　）

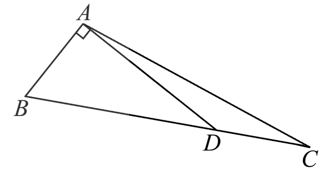
A. 2　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

8. 如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD\perp CD$，$BC=CD=2AD$，E 是 CD 上一点．若 $\angle ABE=45^\circ$，则 $\tan\angle AEB$ 的值是　（　　）

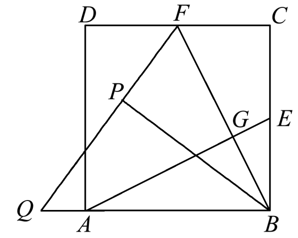
A. 3　　B. 2　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

9. 如图所示，在 Rt△BAD 中，延长斜边 BD 到点 C，使 $DC=\frac{1}{2}BD$，连接 AC．若 $\tan B=\frac{5}{3}$，则 $\tan\angle CAD$的值是　（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{5}$

10. 如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，E,F 分别为 BC,CD 的中点，连接 AE,BF，AE 与 BF 交于点 G，将△BCF 沿 BF 对折，得到△BPF，延长 FP，交 BA 的延长线于点 Q，下列结论中正确的有　（　　）

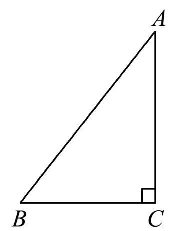
①$AE=BF$　②$AE\perp BF$　③$\sin\angle BQP=\frac{4}{5}$　④$S_{四边形ECFG}=2S_{\triangle BGE}$

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

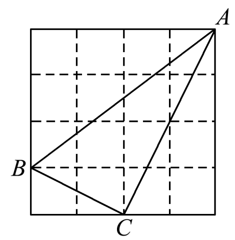
二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

11. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin B=\frac{4}{5}$．若 $AB=15$，则 $AC=$________．

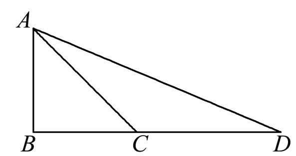
12. 若 $\tan A=\sqrt{3}$，则 $\angle A=$________．



第 11 题图



第 13 题图

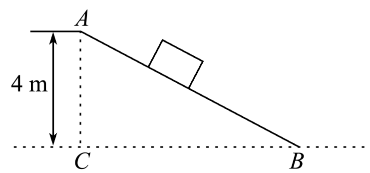


第 14 题图

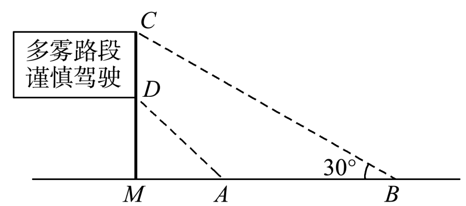
13. 如图所示，在 4×4 的正方形方格图形中，小正方形的顶点称为格点，△ABC 的顶点都在格点上，则 $\angle BAC$ 的余弦值是________．

14. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle B=90^\circ$，$\angle ACB=45^\circ$，延长 BC 到点 D，使 $CD=AC$，则 $\tan 22.5^\circ=$________．

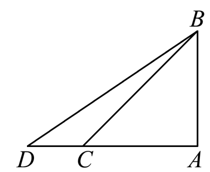
15. 如图所示，小车从 4 m 高的 A 处沿斜坡滑到 B 处，若斜坡坡度为 $i=1:2$，则斜坡 AB 的水平宽度 BC 为________．



第 15 题图



第 16 题图

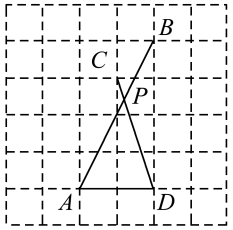


第 17 题图

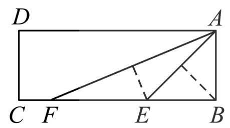
16. 如图所示，这是矗立在高速公路水平地面上的交通警示牌，经测量得到如下数据：$AM=4$ m，$AB=8$ m，$\angle MAD=45^\circ$，$\angle MBC=30^\circ$，则警示牌的高 CD 为________．

17. 如图所示，在 Rt△ABD 中，$\angle A=90^\circ$，点 C 在 AD 上，$\angle ACB=45^\circ$，$\tan D=\frac{2}{3}$，则$\frac{CD}{CA}=$________．

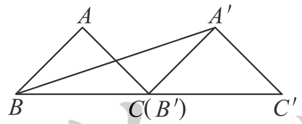
18. 如图所示，网格内每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，A,B,C,D 都是格点，且 AB 与 CD 相交于点 P，则 $\tan\angle APD=$________.



第 18 题图



第 19 题图



第 20 题图

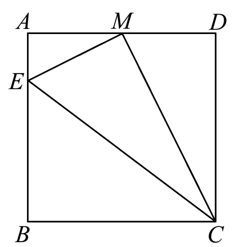
19. 小明在学习锐角三角函数时中发现，将如图所示的矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 E 处，还原后，再沿过点 E 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 F 处，这样就可以求出 67.5°角的正切值，这个值是________.

20. 如图所示，将以 A 为直角顶点的等腰 Rt△ABC 沿直线 BC 平移，得到△$A'B'C'$，使点 B' 与点 C 重合，连接 $A'B$，则 $\tan\angle A'BC'=$________.

三、解答题(共 40 分)

21. (8 分)计算：$\sqrt{12}+|\sqrt{3}-3|-2\sin 60^\circ-(\sqrt{3})^2+2016^0$.

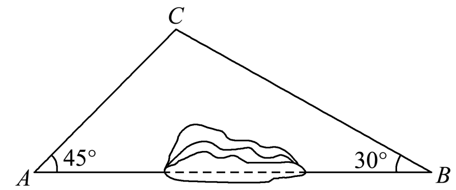
22. (8 分)如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，M 是 AD 的中点，$BE=3AE$，试求 $\sin\angle ECM$ 的值.



23. (10 分)为加快城乡对接，建设美丽乡村，某地区对 A,B 两地间的公路进行改建. 如图所示，A,B 两地之间有一座山. 汽车原来从 A 地到 B 地需途经 C 地沿折线 ACB 行驶，现开通隧道后，汽车可直接沿直线 AB 行驶. 已知 $BC=100$ 千米，$\angle A=45^\circ$，$\angle B=30^\circ$.

(1)开通隧道前，汽车从 A 地到 B 地要走多少千米？

(2)开通隧道后，汽车从 A 地到 B 地可以少走多少千米？(结果保留根号)



24. (14 分)如图所示，在△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，D 为 AB 延长线上一点，连接 CD，且满足 $\angle DCB=\angle A$，$\tan\angle DCB=\frac{1}{2}$.

(1)如图 1 所示，若 $BC=2$，求 CD 的长.

(2)如图 2 所示，延长 CB 到点 E，使 $BC=BE$. 过点 C 作 AB 的垂线，垂足为 F，交 AE 于点 G. 若设 BD 的长为 a，请你用含 a 的代数式表示△DBC 的面积，并直接写出△DBC 与△CGE 的面积的比值.

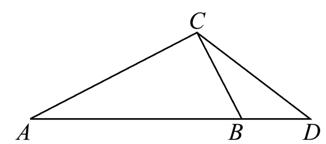


图 1

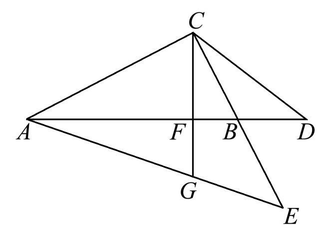


图 2

学校______ 班级______ 姓名______ 得分______

密 封 线

第二章达标检测

（时间：45 分钟　　满分：100 分）

一、单项选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 下列函数中属于二次函数的是（　　）

A. $y=4x$　　B. $y=\frac{1}{x}+3x$　　C. $y=6x+5$　　D. $y=(x+2)(x-5)$

2. 二次函数 $y=(x-1)^2+3$ 的图象的顶点坐标是（　　）

A. $(1,3)$　　B. $(1,-3)$　　C. $(-1,3)$　　D. $(-1,-3)$

3. 将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位长度，再向右平移 2 个单位长度，所得到的抛物线为（　　）

A. $y=2(x+2)^2+3$　　B. $y=2(x-2)^2+3$

C. $y=2(x-2)^2-3$　　D. $y=2(x+2)^2-3$

4. 下列关于二次函数 $y=-3x^2+6x+1$ 的说法中，不正确的是（　　）

A. 图象与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$

B. 图象的对称轴在 y 轴的右侧

C. 当 $x>0$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小

D. y 的最大值为 4

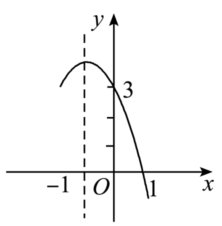
5. 在抛物线 $y=x^2-4x+m$ 的图象上有三个点 $(-3,y_1)$，$(1,y_2)$，$(4,y_3)$，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系为（　　）

A. $y_2<y_3<y_1$　　B. $y_1<y_2=y_3$　　C. $y_1<y_2<y_3$　　D. $y_3<y_2<y_1$

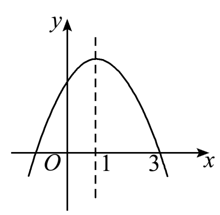
6. 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的部分图象如图所示. 若 $y>0$，则 x 的取值范围是（　　）

A. $-4<x<1$　　B. $x<-3$ 或 $x>1$

C. $x<-4$ 或 $x>1$　　D. $-3<x<1$



第 6 题图



第 7 题图

7. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，对称轴为直线 $x=1$，则下列结论中正确的是（　　）

①$abc>0$　②方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1,x_2=3$　③$2a+b=0$　④当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小

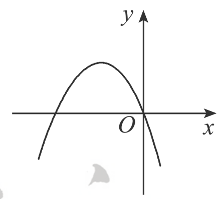
A. ①②　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④

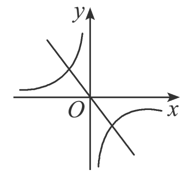
8. 已知二次函数 $y=x^2-4x+2$，下列关于该函数在 $-1\leqslant x\leqslant 3$ 的取值范围内的说法中正确的是（　　）

A. 有最大值 -1，有最小值 -2　　B. 有最大值 0，有最小值 -1

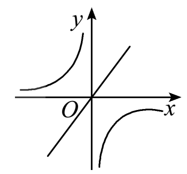
C. 有最大值 7，有最小值 -1　　D. 有最大值 7，有最小值 -2

9. 如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，那么一次函数 $y=bx+c$ 和反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的图象大致是（　　）

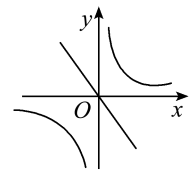




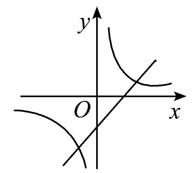
A



B

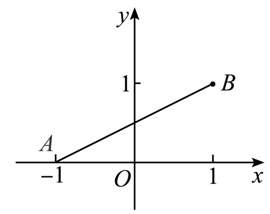


C



D

10. 在平面直角坐标系内，已知点 $A(-1,0)$，$B(1,1)$ 都在直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 上. 若抛物线 $y=ax^2-x+1$ $(a\neq 0)$ 与线段 AB 有两个不同的交点，则 a 的取值范围是（　　）



A. $a\leqslant -2$　　B. $a<\frac{9}{8}$

C. $1\leqslant a<\frac{9}{8}$ 或 $a\leqslant -2$　　D. $-2\leqslant a<\frac{9}{8}$

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

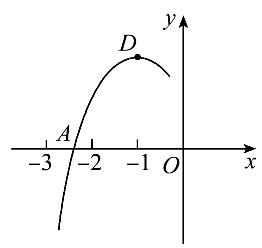
11. 二次函数 $y=-(x-6)^2+8$ 的最大值是________.

12. 二次函数 $y=-x^2+2x$ 的图象的顶点坐标是________.

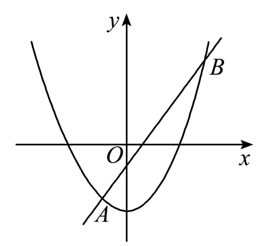
13. 若二次函数 $y=x^2+bx-16$ 的图象的对称轴是经过点 $(3,0)$ 且平行于 y 轴的直线，则该抛物线与 x 轴的交点坐标是________.

14. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $D(-1,2)$，与 x 轴的一个交点 A 在点 $(-3,0)$ 和 $(-2,0)$ 之间，其部分图象如图所示，则下列结论中正确的是________.（填序号）

①$b^2-4ac<0$　②$a+b+c<0$　③$c-a=2$　④方程 $ax^2+bx+c-2=0$ 有两个相等的实数根



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+c$ 与直线 $y=mx+n$ 交于 $A(-1,p)$，$B(3,q)$ 两点，则不等式 $ax^2+mx+c>n$ 的解集是________.

三、解答题(共 40 分)

16.(8 分)已知二次函数的图象以 $A(-1,4)$ 为顶点,且过点 $B(2,-5)$.

(1)求该函数的关系式.

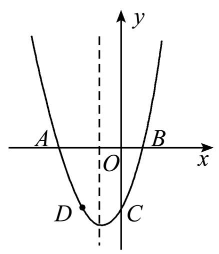
(2)求该函数图象与坐标轴的交点坐标.

17.(10 分)已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A,B 两点,其中点 A 的坐标为$(-3,0)$,与 y 轴交于点 C,点 $D(-2,-3)$在抛物线上.

(1)求抛物线的解析式.

(2)抛物线的对称轴上有一动点 P,求出 $PA+PD$ 的最小值.

(3)若抛物线上有一动点 P,使$\triangle ABP$ 的面积为 6,求点 P 的坐标.



18.(10 分)某超市销售一种文具,进价为 5 元/件.当售价为 6 元/件时,当天的销售量为 100 件.在销售过程中发现:售价每上涨 0.5 元,当天的销售量就减少 5 件.设当天的销售单价统一为 x 元/件($x\geqslant 6$,且 x 按 0.5 元的倍数上涨),当天的销售利润为 y 元.

(1)求 y 与 x 的函数关系式(不要求写出自变量的取值范围).

(2)要使当天的销售利润不低于 240 元,求当天的销售单价所在的范围.

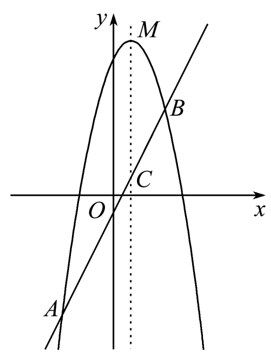
(3)若每件文具的利润不超过 80%,要想当天获得的利润最大,每件文具的售价应定为多少元?请求出最大利润.

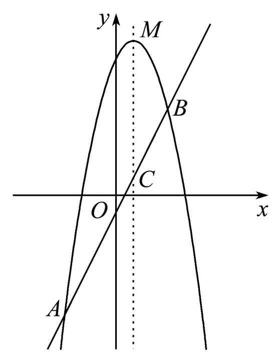
19.(12 分)如图所示,抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的顶点为 $M(1,9)$,经过抛物线上的两点 $A(-3,-7)$和 $B(3,m)$的直线交抛物线的对称轴于点 C.

(1)求抛物线的解析式和直线 AB 的解析式.

(2)在抛物线上 A,M 两点之间的部分(不包含 A,M 两点)上,是否存在点 D,使得 $S_{\triangle DAC}=2S_{\triangle DCM}$?若存在,求出点 D 的坐标;若不存在,请说明理由.

(3)若点 P 在抛物线上,点 Q 在 x 轴上,当以点 A,M,P,Q 为顶点的四边形是平行四边形时,直接写出满足条件的点 P 的坐标.





备用图

参考答案

课时训练答案

第一章　直角三角形的边角关系

§1　锐角三角形函数

第 1 课时

【明确目标,把握新知】

典型例题 1　A

跟踪变式 1　$\frac{3}{4}$

核心强化 1　1. B　2. D　3. $\frac{4}{3}$

典型例题 2　B

跟踪变式 2　12

核心强化 2　1. $(10-2\sqrt{3})$ m　2. 100 m

【自我测试,查缺补漏】

1. C　2. C　3. D　4. $\frac{1}{2}$　5. $\frac{5}{12}$　6. 3 m

7. 解:∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$AC\perp BD$.

　∵$AC=12,BD=16$,∴$AO=6,BO=8$.

　∴$\tan\theta=\frac{AO}{BO}=\frac{3}{4}$.

8. 解:∵$DC/\!/AB,AD/\!/BC$,

　∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

　∵$BC\perp AB$,∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形.

　∵$AD=3,DC=4$,∴$BC=3,AB=4$.

　∴斜坡 AC 的坡度是$\frac{BC}{AB}=\frac{3}{4}$.

【开阔视野,拓展提升】

1. A　2. D　3. 2　4. 270 cm

5. 解:(1)∵$\angle DBC=45°$,∴$\angle BDE=45°$.

　∴$\angle BED=90°$,即 $DE\perp BC$.

　∵四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

　∴$EC=\frac{1}{2}(BC-AD)=3$.

　∴$BE=BC-EC=5$.

　(2)∵$\angle DBC=45°$, $BE=5,CE=3$,∴$DE=5$.

　∴$\tan\angle CDE=\frac{CE}{DE}=\frac{3}{5}$.

第 2 课时

【明确目标,把握新知】

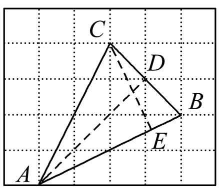
典型例题 1

$\frac{3}{5}$　[解析]如图所示,作 $AD\perp BC$ 于点 D,$CE\perp AB$ 于点 E.

由勾股定理得 $AB=AC=2\sqrt{5},BC=2\sqrt{2},AD=3\sqrt{2}$.

由 $BC\cdot AD=AB\cdot CE$,

得 $CE=\frac{2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$. 则 $\sin A=\frac{CE}{AC}=\frac{3}{5}$.



跟踪变式 1　D

核心强化 1

1. B　2. B　3. 40　9

4. 解:∵$\angle C=90°,AB=15,AC=9$,

　∴$BC=\sqrt{15^2-9^2}=12$.

　∴$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$,$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$.

典型例题 2　C

跟踪变式 2　D

核心强化 2　1. A　2. D　3. B　4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【自我测试,查缺补漏】

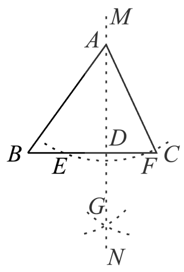
1. A　2. A　3. C　4. $\frac{5}{13}$　5. $\frac{3}{5}$　6. 12

7. 周长是 60,面积是 150.

【开阔视野，拓展提升】

1. A　2. A　3. $\frac{1}{4}$　4. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 解：(1)如图所示，AD 为所作.



(2)在 Rt△ABD 中，$AD=4$，$\tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}=\frac{3}{4}$，

$\therefore \frac{BD}{4}=\frac{3}{4}$，解得 $BD=3$.

$\because BC=5$，$\therefore DC=BC-BD=2$.

§2　30°，45°，60°角的三角函数值

【明确目标，把握新知】

典型例题 1　A

跟踪变式 1　$3\sqrt{2}$

核心强化 1　1. A　2. C　3. D　4. (1)0.5.　(2)0.

典型例题 2　D

跟踪变式 2　B

核心强化 2

1. A　2. 45°　3. 直角三角形

4. 解：在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，

$\therefore \angle BAC=60°$.

$\because AD$ 是△ABC 的角平分线，$\therefore \angle CAD=30°$.

在 Rt△ADC 中，$AD=\frac{AC}{\cos 30°}=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2$.

【自我测试，查缺补漏】

1. B　2. B　3. B　4. 30°　5. $\sqrt{3}$　6. 70°

7. (1)$\frac{5}{2}$.　(2)$\frac{1}{3}$.

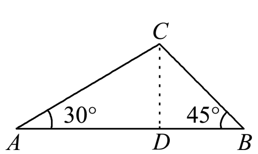
8. 解：过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，如图所示.

在 Rt△ACD 中，$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，$\therefore CD=\sqrt{3}$.

$\therefore AD=AC\cdot\cos A=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$.

在 Rt△BCD 中，$\angle B=45°$，则 $BD=CD=\sqrt{3}$.

$\therefore AB=AD+BD=3+\sqrt{3}$.



【开阔视野，拓展提升】

1. B　2. A　3. 60°　$\frac{\sqrt{3}}{2}$　4. 1 cm 或 2 cm

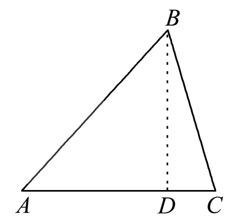
5. 1　1　1　1

(1)证明：如图所示，过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D.

在 Rt△ADB 中，$\sin A=\frac{BD}{AB}$，$\cos A=\frac{AD}{AB}$.

由勾股定理得 $BD^2+AD^2=AB^2$，

$\therefore (\frac{BD}{AB})^2+(\frac{AD}{AB})^2=1$，即 $\sin^2 A+\cos^2 A=1$.



(2)解：$\because \angle A$ 为锐角($\cos A>0$)，$\sin A=\frac{3}{5}$，$\sin^2 A+\cos^2 A=1$，$\therefore \cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{4}{5}$.

§3　三角函数的计算

【明确目标，把握新知】

典型例题 1

(1)$\sin 71°24'\approx 0.947\ 8$.

(2)$\cos 54°21'18''\approx 0.582\ 8$.

(3)$\tan 21°17'23''\approx 0.389\ 7$.

跟踪变式 1　$-0.781\ 7$.

核心强化 1　C

典型例题 2

(1)$\angle A\approx 48°35'$.

(2)$\angle B\approx 27°16'$.

(3)$\angle C\approx 88°44'$.

跟踪变式 2　B

核心强化 2

(1)$\alpha\approx 14°20'$.　(2)$\alpha\approx 66°25'$.　(3)$\alpha\approx 10°42'$.

典型例题 3

解：在 Rt△ADB 中，$\because \angle ADB=90°$，$\angle BAD=30°$，$AB=200$ m，$\therefore BD=\frac{1}{2}AB=100$ m.

在 Rt△CEB 中，$\because \angle CEB=90°$，$\angle CBE=42°$，$BC=200$ m，$\therefore CE=BC\cdot\sin 42°\approx 200$ m$\times 0.67=134$ m.

$\therefore BD+CE\approx 100$ m$+134$ m$=234$ m.

答：缆车从点 A 运行到点 C 垂直上升的距离约为 234 m.

跟踪变式 3

解：(1)过点 E 作 $EM\perp AB$，垂足为 M. 设教学楼 AB 的高为 x m.

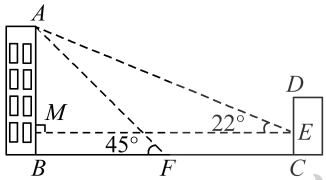
Rt△ABF 中，$\angle AFB=45°$，$\therefore BF=AB=x$ m.

$\therefore BC=BF+FC=(x+13)$m.

在 Rt△AEM 中，$\angle AEM=22°$，$AM=AB-BM=AB-CE=(x-2)$m，

$\therefore \tan 22^{\circ}=\frac{AM}{ME}$，即$\frac{x-2}{x+13}\approx\frac{2}{5}$，解得 $x=12$.

答：教学楼 AB 的高约为 12 m.



(2)由第(1)题可得 $ME=BC=(x+13)\text{m}=25$ m.

在 Rt△AME 中，$\cos 22^{\circ}=\frac{ME}{AE}$，$\therefore AE=\frac{ME}{\cos 22^{\circ}}\approx 27$ m.

答：A，E 之间的距离约为 27 m.

核心强化 3

解：在 Rt△ABC 中，$\because AB=600$ m，$\angle ABC=75^{\circ}$，

$\therefore BC=AB\cdot\cos\angle ABC\approx 156$ m.

在 Rt△BDF 中，$\because \angle DBF=45^{\circ}$，

$\therefore DF=BD\cdot\sin\angle DBF\approx 423$ m.

$\because$ 四边形 $BCEF$ 是矩形，$\therefore EF=BC=156$ m.

$\therefore DE=DF+EF=579$ m.

答：DE 的长为 579 m.

【自我测试，查缺补漏】

1. C　2. D　3. C　4. 56°　5. 0.93　6. 13.9 m

7. 解：在 Rt△ABC 中，$AB=500$ m，$\angle A=20^{\circ}$，
$\therefore BC=AB\cdot\tan 20^{\circ}\approx 182$ m.
答：此电视塔的高度约为 182 m.

【开阔视野，拓展提升】

1. B　2. D　3. D　4. 60 m　5. 102

6. 解：在 Rt△ADC 中，$CD=AC\cdot\sin\angle DAC\approx 210$ 海里，$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}\approx 280$ 海里，渔船到达避风港 D 处所用的时间为 $210\div 18=11\frac{2}{3}$(小时). 在 Rt△ADB 中，$BD=AD\cdot\tan\angle BAD\approx 672$ 海里，$BC=BD-CD\approx 462$ 海里.
设强台风移动到渔船 C 后面 200 海里时所需时间为 x 小时，根据追及问题的等量关系列出方程 $(40-18)x=462-200$，解得 $x=11\frac{10}{11}$.
由于 $11\frac{2}{3}<11\frac{10}{11}$，所以渔船能顺利躲避本次台风的影响.

§4　解直角三角形

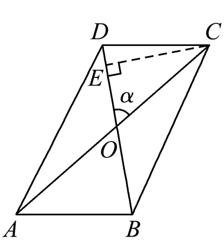
【明确目标，把握新知】

典型例题

A　[解析]过点 C 作 $CE\perp DO$ 于点 E，由题意得 $\sin\alpha=\frac{EC}{CO}$，

$\therefore EC=CO\cdot\sin\alpha=\frac{1}{2}a\sin\alpha$.

$\therefore S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}CE\cdot BD=\frac{1}{4}ab\sin\alpha$.



$\therefore$ ▱$ABCD$ 的面积是 $\frac{1}{4}ab\sin\alpha\times 2=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$.

跟踪变式

$3\sqrt{7}$　[解析]$\because AD\perp BD$，$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$.

$\because AB=4$，$\sin A=\frac{3}{4}$，$\therefore BD=AB\cdot\sin A=3$.

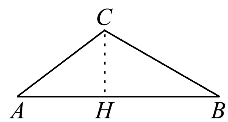
$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$.

$\therefore$ ▱$ABCD$ 的面积为 $AD\cdot BD=3\sqrt{7}$.

核心强化

1. B　2. 5 cm　3. $15\sqrt{3}$ 或 $10\sqrt{3}$

4. 解：如图所示，作 $CH\perp AB$ 于点 H.



在 Rt△BCH 中，$BC=12$，$\angle B=30^{\circ}$，

$\therefore CH=\frac{1}{2}BC=6$，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=6\sqrt{3}$.

在 Rt△ACH 中，$\tan A=\frac{3}{4}=\frac{CH}{AH}$，$\therefore AH=8$.

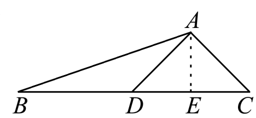
$\therefore AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=10$.

$\therefore AB=AH+BH=8+6\sqrt{3}$.

【自我测试，查缺补漏】

1. C　2. A　3. C　4. 0.6　5. 5 cm　6. $\sqrt{7}$ 或 5

7. 解：(1)过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，如图所示.



$\because \cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \angle C=45^{\circ}$.

在 Rt△ACE 中，$AE=CE=AC\cdot\cos C=1$.

在 Rt△ABE 中，$\tan B=\frac{1}{3}$，即$\frac{AE}{BE}=\frac{1}{3}$，

$\therefore BE=3AE=3$. $\therefore BC=BE+CE=4$.

(2)$\because AD$ 是△ABC 的中线，

$\therefore CD=\frac{1}{2}BC=2$. $\therefore DE=CD-CE=1$.

$\because AE\perp BC$，$DE=AE$，$\therefore \angle ADC=45^{\circ}$.

$\therefore \sin\angle ADC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【开阔视野，拓展提升】

1. A　2. B　3. 17 或 $\sqrt{89}$　4. $3\sqrt{5}:5$

5. 解：(1)过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F，如图所示.

$\because \angle A=\angle C=45^{\circ}$，$\angle ADB=\angle ABC=105^{\circ}$，

$\therefore \angle ADC=360^{\circ}-\angle A-\angle C-\angle ABC=165^{\circ}$.

$\therefore \angle BDF=\angle ADC-\angle ADB=60^{\circ}$.

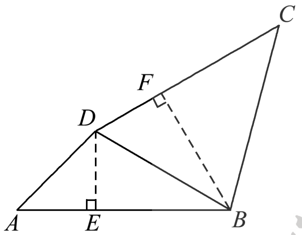
$\because$ △ADE 与△BCF 为等腰直角三角形，$AD=2$，

$\therefore AE=DE=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

$\because \angle ABC=105^{\circ}$，

$\therefore \angle ABD=105^{\circ}-(180^{\circ}-45^{\circ}-60^{\circ})=30^{\circ}$.

$\therefore BE=\dfrac{DE}{\tan 30^\circ}=\sqrt{6}$. $\therefore AB=AE+BE=\sqrt{2}+\sqrt{6}$.



(2)设 $DE=x$，则 $AE=x$，$BE=\dfrac{x}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}x$，

$\therefore BD=\sqrt{x^2+(\sqrt{3}x)^2}=2x$.

$\because \angle BDF=60^\circ$，$\therefore \angle DBF=30^\circ$. $\therefore DF=\dfrac{1}{2}BD=x$.

$\therefore BF=\sqrt{BD^2-DF^2}=\sqrt{3}x$. $\therefore CF=BF=\sqrt{3}x$.

$\because AB=AE+BE=x+\sqrt{3}x$，$CD=DF+CF=x+\sqrt{3}$，

$AB+CD=2\sqrt{3}+2$，

$\therefore x=1$，$AB=\sqrt{3}+1$.

§5　三角函数的应用

【明确目标，把握新知】

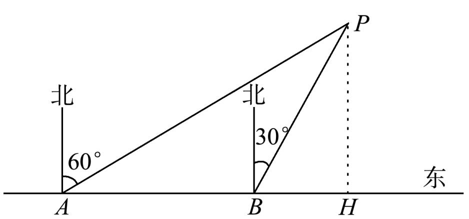
典型例题

解：(1)$\because \angle PAB=30^\circ$，$\angle ABP=120^\circ$，

$\therefore \angle APB=180^\circ-\angle PAB-\angle ABP=30^\circ$.

(2)如图所示，过点 P 作 $PH\perp AB$ 于点 H.

$\because \angle BAP=\angle BPA=30^\circ$，$\therefore BA=PB=50$ 海里.



在 Rt△PBH 中，$PH=PB\cdot\sin 60^\circ=25\sqrt{3}$ 海里.

$\because 25\sqrt{3}>25$，$\therefore$海监船继续向正东方向航行是安全的.

跟踪变式　C

核心强化

1. C

2. 解：在 Rt△AFG 中，$FG=\dfrac{AG}{\tan\angle AFG}=\dfrac{AG}{\sqrt{3}}$.

在 Rt△ACG 中，$CG=\dfrac{AG}{\tan\angle ACG}=\sqrt{3}AG$.

$\because CG-FG=40$ m，即$\sqrt{3}AG-\dfrac{AG}{\sqrt{3}}=40$ m，

$\therefore AG=20\sqrt{3}$ m.

$\therefore AB=AG+GB=(20\sqrt{3}+1.5)$m.

答：教学楼 AB 的高度为$(20\sqrt{3}+1.5)$m.

【自我测试，查缺补漏】

1. A　2. B　3. B　4. 2　5. $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ m

6. $500\sin 35^\circ$ m 或 $500\cos 55^\circ$ m

7. 解：如图所示，过点 M 作 $MN\perp AB$ 于点 N，设 $MN=x$ m.

在 Rt△AMN 中，$\angle ANM=90^\circ$，$\angle MAN=30^\circ$，

$\therefore MA=2MN=2x$ m，$AN=\sqrt{3}MN=\sqrt{3}x$ m.

在 Rt△BMN 中，$\angle BNM=90^\circ$，$\angle MBN=45^\circ$，

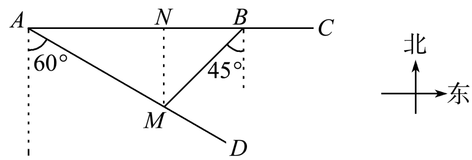
$\therefore BN=MN=x$ m，$MB=\sqrt{2}MN=\sqrt{2}x$ m.

$\because AN+BN=AB$，

$\therefore \sqrt{3}x+x=300(\sqrt{3}+1)$，解得 $x=300$.

$\therefore MA=2x=600$ m，$MB=\sqrt{2}x=300\sqrt{2}$ m.

答：供水站 M 到小区 A 的距离是 600 m，到小区 B 的距离是 $300\sqrt{2}$ m.



8. 解：(1)在 Rt△BCD 中，$\angle CBD=15^\circ$，$BD=20$ m，

$\therefore CD=BD\cdot\sin 15^\circ\approx 5.2$ m.

答：小明与地面的垂直距离 CD 的值是 5.2 m.

(2)在 Rt△AFE 中，$\because \angle AEF=45^\circ$，$\therefore AF=EF=BC$.

由第(1)题知 $BC=BD\cdot\cos 15^\circ\approx 19.3$ m，

$\therefore AB=AF+DE+CD=19.3+1.6+5.2=26.1$(m).

答：楼房 AB 的高度是 26.1 m.

【开阔视野，拓展提升】

1. A　2. C　3. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　$\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

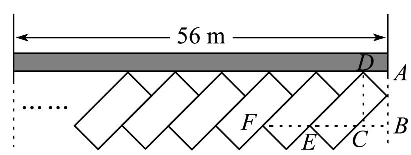
4. 17　[解析]如图所示，$BC=AD=2.2$ m$\times\sin 45^\circ\approx$ 1.6 m，$CE=5$ m$\times\sin 45^\circ\approx 3.5$ m，

$BE=BC+CE=5.1$ m，

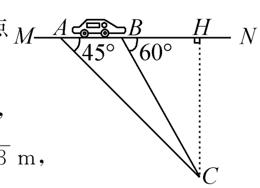
$EF=2.2$ m$\div\sin 45^\circ=2.2\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}\approx 3.08$ m.

$(56-5.1)\div 3.08+1\approx 17.5$(个)，

故这个路段最多可以划出 17 个这样的停车位.



5. 解：过点 C 作 $CH\perp MN$ 于点 H，如图所示.



$\because \angle CBN=60^\circ$，$BC=200$ m，

$\therefore CH=BC\cdot\sin 60^\circ=100\sqrt{3}$ m，

$BH=BC\cdot\cos 60^\circ=100$ m.

$\because \angle CAN=45^\circ$，$\therefore AH=CH=100\sqrt{3}$ m.

$\therefore AB=AH-BH\approx 73$ m.

$\because 60$ km/h$=\dfrac{50}{3}$ m/s，$\dfrac{73}{5}<\dfrac{50}{3}$，$\therefore$此车没有超速.

§6　利用三角函数测高

【明确目标,把握新知】

典型例题

解:延长 CD,交 AB 于点 E,如图所示.

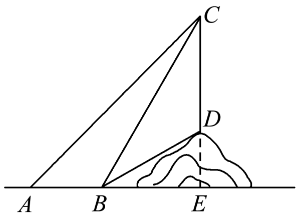
∵$\angle DBE=30°$,∴设 $DE=x$ m,则 $BE=\sqrt{3}x$ m.

∵$\angle CBE=60°$,∴$CE=\sqrt{3}BE=3x$ m.

∵$\angle CAE=45°$,则 $AE=CE$,即 $6+\sqrt{3}x=3x$,解得 $x=3+\sqrt{3}$.

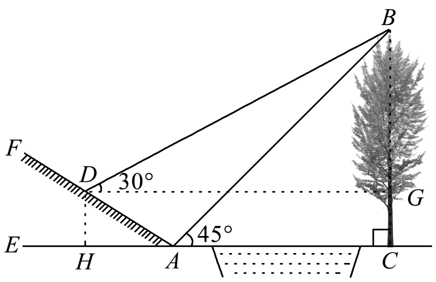
∴$CD=CE-DE=(6+2\sqrt{3})$m.

答:电线杆 CD 的高度是$(6+2\sqrt{3})$m.



跟踪变式

解:过点 D 作 $DG\perp BC$ 于点 G,$DH\perp CE$ 于点 H,如图所示.



易知四边形 $DHCG$ 为矩形,故 $DG=CH$,$CG=DH$.

在 Rt△AHD 中,∵$\angle DAH=30°$,$AD=6$ m,

∴$DH=CG=3$ m,$AH=3\sqrt{3}$ m.

设 $BC=x$ m,在 Rt△ABC 中,$AC=\dfrac{BC}{\tan\angle BAC}=x$ m,

∴$DG=(3\sqrt{3}+x)$m,$BG=(x-3)$m.

在 Rt△BDG 中,∵$BG=DG\cdot\tan 30°$,

∴$x-3=(3\sqrt{3}+x)\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,解得 $x=9+3\sqrt{3}$.

∴$BC=(9+3\sqrt{3})$m.

答:大树的高度为$(9+3\sqrt{3})$m.

核心强化

1. A　2. B　3. $40\sqrt{3}$ m　4. $100\sqrt{2}$ m

5. 解:∵$\angle EAB=60°$,$\angle EAC=30°$,

∴$\angle CAD=60°$,$\angle BAD=30°$.

∴$CD=AD\cdot\tan\angle CAD=\sqrt{3}AD$,$BD=AD\cdot\tan\angle BAD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}AD$,

∴$BC=CD-BD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}AD=100$ m,解得 $AD=50\sqrt{3}$ m.

【自我测试,查缺补漏】

1. D　2. A　3. B　4. 300 m　5. $1\,200(\sqrt{3}-1)$m

6. 解:∵$\angle DFG=\angle DEF+\angle EDF$,$\angle DFG=60°$,$\angle DEF=30°$,∴$\angle FDE=30°$.

∴$EF=FD=20$ m,

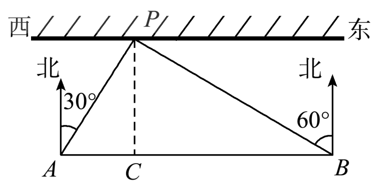
在 Rt△DFG 中,$DG=FD\cdot\sin 60°=10\sqrt{3}$ m,

∵四边形 $AEGC$ 是矩形,∴$CG=AE=1.5$ m,

∴$CD=DG+CG=(1.5+10\sqrt{3})$m.

7. 解:过点 P 作 $PC\perp AB$ 于点 C,如图所示.

由题意可知$\angle PAC=60°$,$\angle PBC=30°$.



在 Rt△PAC 中,$\dfrac{PC}{AC}=\tan\angle PAC$,∴$AC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}PC$.

在 Rt△PBC 中,$\dfrac{PC}{BC}=\tan\angle PBC$,∴$BC=\sqrt{3}PC$.

∵$AB=AC+BC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}PC+\sqrt{3}PC=440$ 米,

∴$PC=110\sqrt{3}$米.

答:建筑物 P 到赛道 AB 的距离为 $110\sqrt{3}$米.

【开阔视野,拓展提升】

1. B　2. A　3. 135 m　4. 9 m

5. 解:由题意得 $AB\perp EB$,$CD\perp AE$,

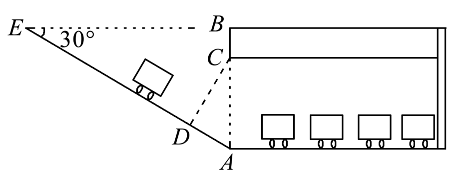
∴$\angle CDA=\angle EBA=90°$.

∵$\angle E=30°$,∴$AB=\dfrac{1}{2}AE=8$ m.

∵$BC=2$ m,∴$AC=AB-BC=6$ m.

∵$\angle DCA=90°-\angle DAC=30°$,

∴$CD=AC\cdot\cos\angle DCA=3\sqrt{3}$ m≈ 5.2 m.



答:该校地下停车场的高度 AC 为 6 m,限高 CD 为 5.2 m.

复习课

【强化知识,综合运用】

典型例题 1　A

跟踪变式 1　1. D　2. B

核心强化 1

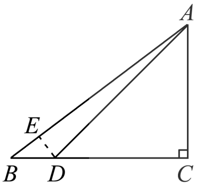
1. A

2. 解:(1)在 Rt△ABC 中,由 $\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{4}$,可设 $AC=3x$,$BC=4x$.

∵$BD=2$,∴$DC=BC-BD=4x-2$.

$\because \angle ADC=45^\circ$，$\therefore AC=DC$，即 $4x-2=3x$，解得 $x=2$.

则 $AC=6$，$BC=8$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$.



(2)作 $DE\perp AB$ 于点 E，如图所示.

由 $\tan B=\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{3}{4}$，可设 $DE=3a$，$BE=4a$.

$\because DE^2+BE^2=BD^2$，且 $BD=2$，

$\therefore (3a)^2+(4a)^2=2^2$，解得 $a=\dfrac{2}{5}$(负值舍去).

$\therefore DE=3a=\dfrac{6}{5}$.

$\because AD=\sqrt{AC^2+DC^2}=6\sqrt{2}$，

$\therefore \sin\angle BAD=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

典型例题 2　C

跟踪变式 2　C

核心强化 2　1. 30°　2. 5.

典型例题 3　C

跟踪变式 3　1. C　2. 20 m

核心强化 3

1. $4\sqrt{3}$ m　2. $2-\sqrt{3}$　3. 0.12 cm

4. 解：由题意知 $\angle AEG=30^\circ$，$\angle AFG=60^\circ$，$EF=10$ m，$BG=1.5$ m，则 $\angle EAF=\angle AFG-\angle AEG=30^\circ$.

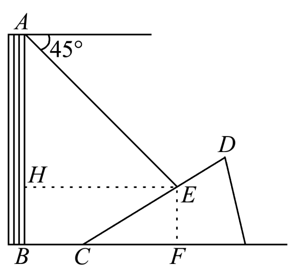
故 $\angle EAF=\angle FEA$，可得 $AF=EF=10$ m.

则 $AG=AF\cdot\sin\angle AFG=5\sqrt{3}$ m，

故 $AB=AG+GB=(1.5+5\sqrt{3})$m.

答：这根旗杆的高度为$(1.5+5\sqrt{3})$m.

5. 解：过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F，如图所示.



在 Rt$\triangle CEF$ 中，$CE=20$ m，$\angle ECF=30^\circ$，

$\therefore EF=10$ m，$CF=\sqrt{3}EF=10\sqrt{3}$ m.

过点 E 作 $EH\perp AB$ 于点 H，则 $HE=BF$，$BH=EF$.

在 Rt$\triangle AHE$ 中，$\angle HAE=45^\circ$，$\therefore AH=HE$.

$\because BC=10$ m，$\therefore HE=(10+10\sqrt{3})$m.

$\therefore AB=AH+BH=(20+10\sqrt{3})$m.

答：楼房 AB 的高为$(20+10\sqrt{3})$ m.

典型例题 4　C

跟踪变式 4　1. $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$　2. $\dfrac{3}{4}$

核心强化 4　1. $\dfrac{25}{169}$　2. 6　3. $5\sqrt{2}$

【自我测试，查缺补漏】

1. D　2. C　3. B

4. D　[解析]过点 C 作 $CD\perp x$ 轴，作 $CE\perp y$ 轴.

$\because$ 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折，

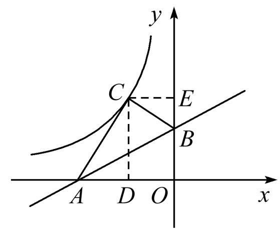
$\therefore \angle CAB=\angle OAB=30^\circ$，$AC=AO=2$，$\angle ACB=\angle AOB=90^\circ$.

$\therefore CD=AC\cdot\sin 60^\circ=\sqrt{3}$，$AD=AC\cdot\cos 60^\circ=1$.

$\therefore OD=AO-AD=1$. $\therefore$ 点 C 的坐标为$(-1,\sqrt{3})$.

$\because$ 点 C 恰好落在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 上，

$\therefore k=x\cdot y=-\sqrt{3}$.



5. $\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$　6. 直角　7. $\sqrt{3}$

8. 提示：过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，

易知 $\tan 30^\circ=\dfrac{AD}{AD+100}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

解得 $AD=50(\sqrt{3}+1)$m.

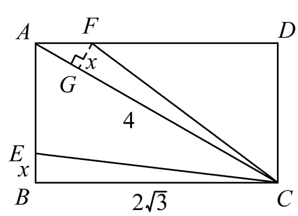
答：河的宽度为 $50(\sqrt{3}+1)$m.

【开阔视野，拓展提升】

1. D　2. C

3. $\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$　[解析]如图所示，作 $FG\perp AC$，易证得 $\triangle BCE\cong\triangle GCF$(AAS). $\therefore BE=GF$，$BC=GC$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan\angle ACB=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，



$\therefore \angle ACB=30^\circ$，$AC=2AB=4$，$\angle DAC=30^\circ$.

$\because FG\perp AC$，$\therefore AF=2GF$.

$\therefore AE+AF=AE+2BE=AB+BE$.

设 $BE=x$，在 Rt$\triangle AFG$ 中，$AG=\sqrt{3}GF=\sqrt{3}x$，

$\therefore AC=AG+GC=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}=4$，

解得 $x=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}-2$.

$\therefore AE+AF=AB+BE=2+\dfrac{4}{3}\sqrt{3}-2=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$.

4. 解：(1)$\because DH\parallel AB$，$\therefore \angle BHD=\angle ABC=90^\circ$.

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DHC$. $\therefore \dfrac{AC}{DC}=\dfrac{BC}{HC}=3$.

$\therefore HC=1, BH=BC+HC=4.$

在 Rt$\triangle BHD$ 中，$\cos\angle HBD=\dfrac{BH}{BD}$，

$\therefore BD\cdot\cos\angle HBD=BH=4.$

(2)$\because \angle CBD=\angle A, \angle ABC=\angle BHD$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle BHD. \therefore \dfrac{BC}{HD}=\dfrac{AB}{BH}.$

$\because \triangle ABC\backsim\triangle DHC, \therefore \dfrac{AB}{DH}=\dfrac{AC}{DC}=3.$

$\therefore AB=3DH. \therefore \dfrac{3}{DH}=\dfrac{3DH}{4}$，解得 $DH=2$.

$\therefore AB=3DH=6$，即 AB 的长是 6.

5. 解：(1)$\because \angle ACB=90^\circ$，

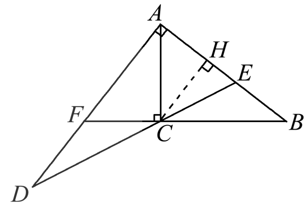
$\therefore \angle ACF=\angle ACB=90^\circ, \angle B+\angle BAC=90^\circ.$

$\because AD\perp AB, \therefore \angle BAC+\angle CAF=90^\circ.$

$\therefore \angle B=\angle CAF. \therefore \triangle ABC\backsim\triangle FAC.$

$\therefore \dfrac{AC}{FC}=\dfrac{BC}{AC}$，即 $\dfrac{3}{FC}=\dfrac{4}{3}$，解得 $FC=\dfrac{9}{4}$.

(2)如图所示，过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H.



$\because AC=3, BC=4, \therefore AB=5.$

则 $CH=\dfrac{AC\cdot BC}{AB}=\dfrac{12}{5}$.

$\therefore AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\dfrac{9}{5}, EH=AE-AH=\dfrac{6}{5}.$

$\therefore \tan D=\tan\angle ECH=\dfrac{EH}{CH}=\dfrac{1}{2}.$

第二章　二次函数

§1　二次函数

【明确目标，把握新知】

典型例题 1

(1)10　200　(2)$(5+x)$　$(250-10x)$

(3)$W=(5+x)(250-10x)=-10x^2+200x+1\ 250.$

跟踪变式 1　$y=(60-x)(300+20x)$

核心强化 1　1. $y=-x^2+5x$　2. $y=10(x+1)^2$

典型例题 2　2

跟踪变式 2　-2　$y=-3x^2$

核心强化 2　1. D　2. $k\neq 3$

【自我测试，查缺补漏】

1. C　2. A　3. C　4. C

5. $a\neq 2$　6. $-5,3,1$

7. (1)$y=16-4x^2$.　(2)$y=12$.　(3)$\sqrt{2}$ cm.

8. 解：(1)因为函数是二次函数，

则 $m^2-m\neq 0$，解得 $m\neq 0$ 且 $m\neq 1$.

(2)因为函数是一次函数，则 $m^2-m=0$ 且 $m-1\neq 0$，解得 $m=0$.

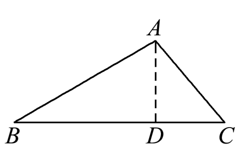
(3)不可能. 理由：若函数是正比例函数，则 $m^2-m=0, m-1\neq 0, 2-2m=0$，无解，所以这个函数不可能是正比例函数.

【开阔视野，拓展提升】

1. B　2. C

3. $S=-\dfrac{3}{2}x^2+3x$　4. $y=300(x+1)^2$

5. 解：如图所示，作$\triangle ABC$ 的高 AD.



在$\triangle ABD$ 中，$\because \angle ADB=90^\circ, \angle B=30^\circ$，

$\therefore AD=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}x.$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot AD=\dfrac{1}{2}(12-x)\cdot\dfrac{1}{2}x=-\dfrac{1}{4}x^2+3x.$

$\therefore$面积 S 关于 x 的函数解析式为 $S=-\dfrac{1}{4}x^2+3x\ (0<x<12)$.

§2　二次函数的图象与性质

第 1 课时

【明确目标，把握新知】

典型例题　$<$

跟踪变式　$y_1>y_2$

核心强化　0　$y=x^2$　<0　>0

【自我测试，查缺补漏】

1. A　2. D　3. D

4. -1　5. $(-2,4)$　6. 2π

7. 解：(1)$\because$点 $A(1,b)$在直线 $y=2x-3$ 上，$\therefore b=-1$.

$\therefore$点 A 的坐标为$(1,-1)$.

把点 $A(1,-1)$代入 $y=ax^2$ 中得到 $a=-1$，

$\therefore a=b=-1.$

(2)由 $\begin{cases} y=-x^2, \\ y=-2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\sqrt{2}, \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\sqrt{2}, \\ y=-2, \end{cases}$

$\therefore$点 C 的坐标为$(-\sqrt{2},-2)$，点 B 的坐标为$(\sqrt{2},-2)$.

(3)$S_{\triangle OBC}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}.$

8. (1)解：由图象可知，点 $B(2,4)$在二次函数 $y_2=ax^2$ 的图象上，$\therefore 4=a\times 2^2$，解得 $a=1$.

则二次函数的解析式为 $y_2=x^2$.

∵点 $A(-1,n)$ 在二次函数 $y_2=x^2$ 的图象上，

∴$n=(-1)^2$，解得 $n=1$，则 $A(-1,1)$.

∵A,B 两点在一次函数 $y_1=kx+b$ 的图象上，

∴$\begin{cases}1=-k+b,\\4=2k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=2.\end{cases}$

则一次函数的解析式为 $y_1=x+2$.

综上所述，一次函数的解析式为 $y_1=x+2$，二次函数的解析式为 $y_2=x^2$.

(2)$x<-1$ 或 $x>2$

【开阔视野，拓展提升】

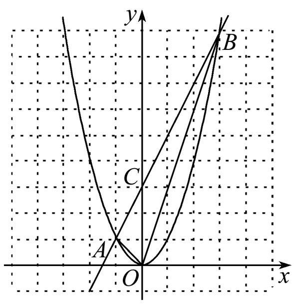
1. B　2. B

3. (1)$-9<y<-4$　(2)$-9<y\leqslant 0$

(3)$-2<x<-1$ 或 $1<x<2$

4. 10

5. 解：函数图象如图所示.



交点坐标分别为 $A(-1,1)$，$B(3,9)$.

设直线 $y=2x+3$ 与 y 轴的交点为 C，则 $C(0,3)$.

故 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 3\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 3=6$.

第 2 课时

【明确目标，把握新知】

典型例题

(1)向下　(2)y 轴　(3)(0,0)　(4)减小　增大

(5)=0　最大　0

跟踪变式

(1)向上　(2)y 轴　(3)(0,3)　(4)增大　减小

(5)=0　最小　3　(6)上　3

核心强化

1. $m>1$　2. 下　y 轴　$(0,-5)$

3. $y=3x^2+2$　4. >　5. -3

【自我测试，查缺补漏】

1. C　2. A　3. B

4. $(0,-1)$　5. 减小　6. 8

7. 解：(1)把点 $A(-2,-8)$ 代入 $y=ax^2$，

得 $4a=-8$，解得 $a=-2$.

(2)把点 $P(m,-6)$ 代入 $y=-2x^2$ 中，

得 $-2m^2=-6$，解得 $m=\pm\sqrt{3}$，则 $P(\pm\sqrt{3},-6)$.

8. 解：(1)∵抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(2,1)$，

∴$4a=1$，解得 $a=\frac{1}{4}$.

∴这个函数的解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2$.

(2)∵点 A 的坐标为 $(2,1)$，

∴点 A 关于 y 轴对称的点 B 的坐标为 $(-2,1)$.

(3)∵$A(2,1)$，$B(-2,1)$，∴$AB=2-(-2)=4$.

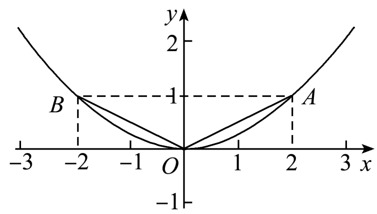
∴$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times 4\times 1=2$.

(4)假设存在点 C，且点 C 到 AB 的距离为 h，

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot h=2h$.

∵$\triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle OAB$ 的面积的一半，

∴$2h=1$，解得 $h=\frac{1}{2}$.



①当点 C 在 AB 下面时，点 C 的纵坐标为 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，

此时 $\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}$，解得 $x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$.

∴点 C 的坐标为 $(\sqrt{2},\frac{1}{2})$ 或 $(-\sqrt{2},\frac{1}{2})$.

②当点 C 在 AB 上面时，点 C 的纵坐标为 $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，

此时 $\frac{1}{4}x^2=\frac{3}{2}$，解得 $x_1=\sqrt{6}$，$x_2=-\sqrt{6}$.

∴点 C 的坐标为 $(\sqrt{6},\frac{3}{2})$ 或 $(-\sqrt{6},\frac{3}{2})$.

综上所述，存在点 $C(\sqrt{2},\frac{1}{2})$ 或 $(-\sqrt{2},\frac{1}{2})$ 或 $(\sqrt{6},\frac{3}{2})$ 或 $(-\sqrt{6},\frac{3}{2})$，使 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle OAB$ 的面积的一半.

【开阔视野，拓展提升】

1. D　2. D　3. $y=\frac{1}{2}x^2-3$　4. $-4<y\leqslant 4$

5. 解：(1)设点 P 的坐标为 $(x,\frac{1}{4}x^2+1)$.

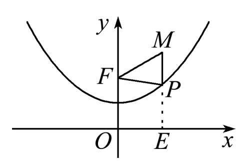
∵点 F 的坐标为 $(0,2)$，∴$OF=2$.

∴当 $\triangle POF$ 的面积为 4 时，$\frac{1}{2}\times 2\times|x|=4$，

解得 $x=\pm 4$.

∴$y=\frac{1}{4}\times(\pm 4)^2+1=5$.

∴点 P 的坐标为 $(-4,5)$ 或 $(4,5)$.



(2)过点 M 作 $ME\perp x$ 轴于点 E，交抛物线于点 P，此时 $\triangle PMF$ 的周长最小.

$\because F(0,2), M(\sqrt{3},3)$,

$\therefore ME=3, FM=\sqrt{(\sqrt{3}-0)^2+(3-2)^2}=2$.

$\therefore \triangle PMF$ 的周长的最小值 $=ME+FM=3+2=5$.

第 3 课时

【明确目标,把握新知】

典型例题 1

(1)向下　(2)直线 $x=2$　(3)(2,0)　(4)<2　>2

(5)2　最大　0　(6)右　2

跟踪变式 1　向下　直线 $x=-2$　(−2,0)

核心强化 1

1. <-3　>-3　2. $y=3(x+1)^2$　3. 答案不唯一

典型例题 2

(1)向上　(2)直线 $x=-1$　(3)(−1,−3)　(4)>−1 <−1　(5)−1　最小　−3　(6)左　1　下　3

跟踪变式 2　向下　(5,3)　直线 $x=5$

核心强化 2

1. 直线 $x=2$　(2,5)　2. >1　3. $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-3$

【自我测试,查缺补漏】

1. C　2. B　3. A

4. 下　直线 $x=-1$　(−1,1)　5. >−1　6. (3,−3)

7. (1)略.

(2)当 $y<0$ 时,x 的取值范围是 $0<x<4$.

8. 解:(1)抛物线的开口方向向上,对称轴为直线 $x=1$.

(2)函数 y 有最小值,最小值为−3.

(3)令 $x=0$,则 $y=\frac{3}{4}(0-1)^2-3=-\frac{9}{4}$,

所以点 P 的坐标为 $(0,-\frac{9}{4})$.

令 $y=0$,则 $\frac{3}{4}(x-1)^2-3=0$,

解得 $x_1=-1, x_2=3$,

所以点 Q 的坐标为(−1,0)或(3,0).

当点 $P(0,-\frac{9}{4})$,$Q(-1,0)$ 时,设直线 PQ 的解析式为 $y=kx+b$,

则 $\begin{cases} b=-\frac{9}{4}, \\ -k+b=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\frac{9}{4}, \\ b=-\frac{9}{4}, \end{cases}$

所以直线 PQ 的解析式为 $y=-\frac{9}{4}x-\frac{9}{4}$.

当 $P(0,-\frac{9}{4})$,$Q(3,0)$ 时,设直线 PQ 的解析式为 $y=mx+n$,

则 $\begin{cases} n=-\frac{9}{4}, \\ 3m+n=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=\frac{3}{4}, \\ n=-\frac{9}{4}, \end{cases}$

所以直线 PQ 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}$.

综上所述,直线 PQ 的解析式为 $y=-\frac{9}{4}x-\frac{9}{4}$ 或 $y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}$.

【开阔视野,拓展提升】

1. A　2. D　3. 1　4. 2

5. (1)直线 $y_1=x$ 与抛物线 $y_2=(x+1)^2-7$ 的交点坐标是(2,2)和(−3,−3).

(2)当 $-3<x<2$ 时,有 $y_1>y_2$;

当 $x\geqslant 2$ 或 $x<-3$ 时,有 $y_1<y_2$.

第 4 课时

【明确目标,把握新知】

典型例题

图略.　(1)(1,−4)　(0,−3)　(2)$x<1$

(3)$-1\leqslant x\leqslant 3$.　(4)$-4\leqslant y<5$.

跟踪变式

解:$y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$,顶点坐标为(1,−1).

性质:答案不唯一,如抛物线的开口向上;当 $x>1$ 时,y 随着 x 的增大而增大;抛物线的图象有最低点,当 $x=1$ 时,y 有最小值,最小值是−1.

核心强化

1. 向下　(1,−1)　2. −4　3. $y=x^2+4x-1$

【自我测试,查缺补漏】

1. A　2. D　3. D　4. >−1　5. 3　6. $y_1>y_2$

7. 解:(1)$\because y=x^2-4x+3$, $\therefore y=(x-2)^2-1$.

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=2$,顶点坐标为(2,−1).

(2)令 $y=0$,则 $x^2-4x+3=0$.

$\therefore (x-1)(x-3)=0$,解得 $x_1=1, x_2=3$.

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点坐标为(1,0),(3,0).

(3)当 $1<x<3$ 时,$y<0$.

8. 解:(1)$\because y=x^2-x-6=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{25}{4}$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(\frac{1}{2},-\frac{25}{4})$.

(2)令 $x^2-x-6=0$,解得 $x_1=-2, x_2=3$.

$\because$ 点 A 在点 B 的左边,$\therefore$ 点 B 的坐标为(3,0).

$\because$ 点 C 的坐标为(0,−6),

$\therefore BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$.

$\therefore \sin\angle OCB=\frac{OB}{BC}=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(3)$\because$ 点 $P(m,m)$ 在该抛物线上,

$\therefore m^2-m-6=m$,即 $m^2-2m-6=0$,

解得 $m_1=1+\sqrt{7}, m_2=1-\sqrt{7}$.

【开阔视野,拓展提升】

1. D　2. C　3. $-3\leqslant y\leqslant 6$　4. $x<-1$ 或 $x>5$

5. 解:(1)把点 B 的坐标(3,0)代入抛物线 $y=-x^2+mx+3$ 中,得 $0=-3^2+3m+3$,解得 $m=2$.

$\therefore y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$.

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为(1,4).

(2)连接 BC,交抛物线的对称轴 l 于点 P,此时 $PA+PC$ 的值最小.

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

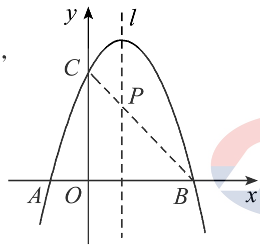
$\because C(0,3),B(3,0)$,

$\therefore \begin{cases}0=3k+b,\\3=b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=3,\end{cases}$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$.

当 $x=1$ 时,$y=-1+3=2$,

$\therefore$ 当 $PA+PC$ 的值最小时,点 P 的坐标为(1,2).



§3 确定二次函数的表达式

【明确目标,把握新知】

典型例题 1

解:把(1,0),(4,-3)代入 $y=x^2+bx+c$ 中,

得 $\begin{cases}1+b+c=0,\\16+4b+c=-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-6,\\c=5,\end{cases}$

所以二次函数的表达式为 $y=x^2-6x+5$.

跟踪变式 1

$y=-\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+4$.

核心强化 1

(1)$y=-2x^2+4x+3$. (2)$y_2>y_1$.

典型例题 2

解:设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$,

把(0,3)代入得 $a+4=3$,解得 $a=-1$,

所以抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$.

跟踪变式 2

$y=-2(x-2)^2+4=-2x^2+8x-4$.

核心强化 2

解:$\because$ 抛物线的顶点坐标是(3,-1),

$\therefore$ 设此抛物线的解析式为 $y=a(x-3)^2-1$.

把点(0,-4)代入得 $-4=a(0-3)^2-1$,解得 $a=-\frac{1}{3}$.

则抛物线的解析式是 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2-1=-\frac{1}{3}x^2+2x-4$.

典型例题 3

解:$\because A(-5,0),B(3,0)$,

$\therefore$ 设二次函数的解析式为 $y=a(x-3)(x+5)$.

把 $C(-1,16)$ 代入得 $-16a=16$,解得 $a=-1$.

则二次函数的解析式为 $y=-(x-3)(x+5)=-x^2-2x+15$.

跟踪变式 3

$y=-x^2+1$.

核心强化 3

解:(1)设二次函数的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$,

把(0,3)代入得 $3=-3a$,解得 $a=-1$.

则该二次函数的解析式是 $y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$.

(2)把 $x=1,y=m$ 代入 $y=-x^2+2x+3$,

可得 $m=-1+2+3=4$,即 $m=4$.

【自我测试,查缺补漏】

1.B 2.B 3.D

4.$y=-x^2-4x-1$ 5.$y=\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{4}x-3$

6.$y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$

7.解:(1)把 $A(2,0),B(0,-6)$ 代入 $y=-x^2+bx+c$,

得 $\begin{cases}-4+2b+c=0,\\c=-6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=5,\\c=-6.\end{cases}$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=-x^2+5x-6$.

(2)由第(1)题得二次函数的解析式为 $y=-x^2+5x-6$,

令 $y=0$,即 $0=-x^2+5x-6$,解得 $x_1=2,x_2=3$.

$\because m>2,\therefore C(3,0).\therefore AC=1$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot OB=\frac{1}{2}\times1\times6=3$.

8.解:(1)$\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1,0),B(3,0)$ 两点,

$\therefore$ 方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为 $x=-1$ 或 3.

$\therefore b=-2,c=-3$.

$\therefore$ 二次函数的解析式是 $y=x^2-2x-3$.

(2)$\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,顶点坐标为(1,-4).

(3)设点 P 的纵坐标为 y_P,

$\because S_{\triangle PAB}=8,\therefore \frac{1}{2}AB\cdot|y_P|=8$.

$\because AB=3+1=4,\therefore |y_P|=4.\therefore y_P=\pm4$.

把 $y_P=4$ 代入解析式,得 $4=x^2-2x-3$,

解得 $x=1\pm2\sqrt{2}$;

把 $y_P=-4$ 代入解析式,得 $-4=x^2-2x-3$,

解得 $x=1$.

$\therefore$ 点 P 在该抛物线上滑动到 $(1+2\sqrt{2},4)$ 或 $(1-2\sqrt{2},4)$ 或(1,-4)时,满足 $S_{\triangle PAB}=8$.

【开阔视野,拓展提升】

1.A 2.C 3.$y=-x^2+2x-2$ 4.$(\frac{3-\sqrt{5}}{2},\frac{3-\sqrt{5}}{2})$

5.解:(1)$\because$ 直线 $y=3x+m$ 交 y 轴于点 $B(0,3),\therefore m=3$.

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=3x+3.\therefore A(-1,0)$.

把 $A(-1,0),B(0,3),C(3,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$,

得 $\begin{cases}0=a-b+c,\\c=3,\\0=9a+3b+c,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=2,\\c=3.\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)如图1所示,连接 BC,交对称轴于点 P,此时 $PA+PB$ 最小.

$\because B(0,3),C(3,0)$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$.

$\because$ 对称轴为直线 $x=1,\therefore P(1,2)$.

(3)存在.

①如图2所示,当 $AQ=AB$ 时,$\triangle ABQ$ 是等腰三角形.

$\because AB=\sqrt{10}$,

$\therefore AQ=\sqrt{OD^2+DQ^2}=\sqrt{2^2+DQ^2}=\sqrt{10}$.

$\therefore DQ=\sqrt{6}$. $\therefore$点 Q 的纵坐标为$\pm\sqrt{6}$.

$\therefore Q_1(1,\sqrt{6})$,$Q_2(1,-\sqrt{6})$.

②如图 3 所示,当 $BQ=AB$ 时,$\triangle ABQ$ 是等腰三角形.

$\because OA=1$,$OQ=1$,$\therefore Q_3(1,0)$.

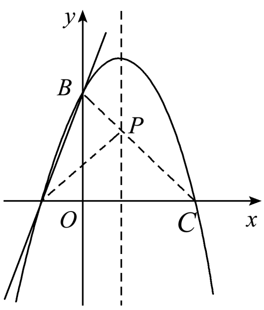


图 1

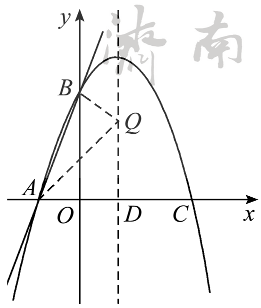


图 2

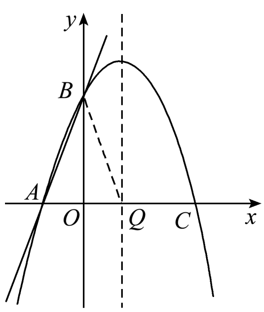


图 3

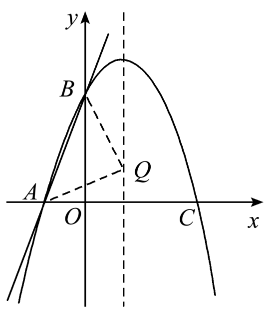


图 4

③如图 4 所示,当 $BQ=AQ$ 时,$\triangle ABQ$ 是等腰三角形.

设 $Q(1,t)$,$\because A(-1,0)$,$B(0,3)$,

$\therefore (1+1)^2+t^2=1^2+(t-3)^2$,解得 $t=1$. $\therefore Q_4(1,1)$.

综上所述,$Q_1(1,\sqrt{6})$,$Q_2(1,-\sqrt{6})$,$Q_3(1,0)$,$Q_4(1,1)$.

§4　二次函数的应用

第 1 课时

【明确目标,把握新知】

典型例题

解:(1)根据题意可得 $a(30-a)=200$,

解得 $a_1=20$,$a_2=10$.

当矩形边长为 20 m 或 10 m 时,矩形面积为 200 m^2.

(2)S 与 a 之间的函数关系式为 $S=a(30-a)=-a^2+30a(0<a<30)$.

(3)$S=-a^2+30a=-(a-15)^2+225$.

当 $a=15$ 时,矩形场地的面积 S 最大,最大面积是 225 m^2.

跟踪变式

解:(1)$y=36-2x$.

(2)$S=xy=x(36-2x)=-2x^2+36x=-2(x-9)^2+162$. $\therefore$当 $x=9$ 时,花圃的面积 S 最大,最大面积是 162 m^2.

核心强化

解:(1)由题意可得 $S=x(32-2x)=-2x^2+32x$,

$\because 32-2x>0$,$x>0$,解得 $0<x<16$,

即 S 与 x 之间的函数关系式是 $S=-2x^2+32x(0<x<16)$.

(2)$\because S=-2x^2+32x=-2(x-8)^2+128$,

$\therefore$当 $x=8$ 时,S 有最大值,最大值是 128.

(3)$\because S=-2(x-8)^2+128$,

由 $32-2x\leqslant 10$,得 $x\geqslant 11$,$\therefore 11\leqslant x<16$.

$\therefore$当 $x=11$ 时,S 取得最大值,此时 $S=110$,

即当墙的最大可利用长度为 10 m 时,围成花圃的最大面积是 110 m^2.

【自我测试,查缺补漏】

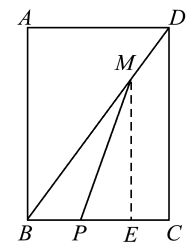
1. C　2. A　3. C　4. 6 s　5. 2 m　6. 144 m^2

7. 解:$\because AB=8$,$BC=6$,

$\therefore CD=8$,$BD=10$.

$\because BP=DM=x$,$\therefore BM=10-x$.

如图所示,过点 M 作 $ME\perp BC$ 于点 E,$\therefore ME/\!/DC$.



$\therefore \triangle BME\backsim\triangle BDC$.

$\therefore \dfrac{ME}{DC}=\dfrac{BM}{BD}$. $\therefore ME=8-\dfrac{4}{5}x$.

而 $S_{\triangle MBP}=\dfrac{1}{2}BP\cdot ME$,

$\therefore y=-\dfrac{2}{5}x^2+4x(0<x\leqslant 6)$.

8. (1)证明:$\because$四边形 $EFPQ$ 是矩形,

$\therefore EF/\!/QP$. $\therefore \triangle AEF\backsim\triangle ABC$.

$\because AD\perp BC$,$\therefore AH\perp EF$. $\therefore \dfrac{AH}{AD}=\dfrac{EF}{BC}$.

(2)解:由第(1)题得$\dfrac{AH}{8}=\dfrac{x}{10}$,$\therefore AH=\dfrac{4}{5}x$.

$\therefore EQ=HD=AD-AH=8-\dfrac{4}{5}x$.

$\therefore S_{矩形EFPQ}=EF\cdot EQ=x(8-\dfrac{4}{5}x)=-\dfrac{4}{5}x^2+8x=-\dfrac{4}{5}(x-5)^2+20$.

当 $x=5$ 时,$S_{矩形EFPQ}$有最大值,最大值为 20.

【开阔视野,拓展提升】

1. C　2. B　3. 300　4. 4

5. 解:(1)设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

由抛物线的对称性知点 B 的坐标为$(3,0)$,

则有$\begin{cases}c=-3,\\a-b+c=0,\\9a+3b+c=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=1,\\b=-2,\\c=-3.\end{cases}$

$\therefore$二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

(2)$\because$点 P 的横坐标为 m,

$\therefore$点 P 的纵坐标为 m^2-2m-3.

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

则有$\begin{cases}b=-3,\\3k+b=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=1,\\b=-3.\end{cases}$

$\therefore$直线 BC 的解析式为 $y=x-3$.

$\therefore$点 F 的坐标为$(m,m-3)$.

$\therefore PF=(m-3)-(m^2-2m-3)=-m^2+3m$.

(3) $\because S_{\triangle PBC}=S_{\triangle PCF}+S_{\triangle PBF}=\frac{1}{2}PF\cdot BO=\frac{1}{2}\times(-m^2+3m)\times3=-\frac{3}{2}(m-\frac{3}{2})^2+\frac{27}{8}$.

当 $m=\frac{3}{2}$ 时，$\triangle PBC$ 的面积最大，为 $\frac{27}{8}$，

此时点 P 的坐标为 $(\frac{3}{2},-\frac{15}{4})$.

第 2 课时

【明确目标，把握新知】

典型例题

解：(1) $y=100-10(x-10)=200-10x(10<x<20)$.

(2) 设商店每天获得的利润为 W 元，

则 $W=(x-8)(200-10x)=-10x^2+280x-1\ 600=-10(x-14)^2+360$.

当 $x=14$ 时，$W_{最大}=360$.

所以当销售单价定为 14 元时，每天获得的利润最大，最大利润为 360 元.

跟踪变式

解：设售价为 x 元/件时，总利润为 y 元.

根据题意得 $y=(x-30)(200-x)=-x^2+230x-6\ 000=-(x-115)^2+7\ 225$.

所以，当销售价格定为 115 元/件时，利润最大.

核心强化

解：设销售单价为 x 元，销售利润为 y 元.

根据题意得 $y=(x-20)[400-20(x-30)]=-20x^2+1\ 400x-20\ 000=-20(x-35)^2+4\ 500$.

当 $x=35$ 时，y 有最大值，最大值为 4 500.

因为 $35-30=5$（元），

所以销售单价提高 5 元，才能在半个月内获得最大利润.

【自我测试，查缺补漏】

1. D　2. A　3. A

4. 2　5. $y=-10x^2+100x+2\ 000$　6. 11

7. 解：(1) 由函数的图象得 $\begin{cases}40=60x+b,\\30=70x+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=100.\end{cases}$

所以 $y=-x+100(50\leqslant x\leqslant 80)$.

(2) 设每天获得的利润为 W 元，

由第(1)题得 $W=(x-50)y=(x-50)(-x+100)=-x^2+150x-5\ 000=-(x-75)^2+625$.

当 $x=75$ 时，$W_{最大}=625$，即该公司要想每天获得最大的利润，应把销售单价为 75 元/件，最大利润为 625 元.

8. (1) $2x$　$50-x$

(2) $y=(50-x)(30+2x)=-2x^2+70x+1\ 500(0\leqslant x<50)$.

(3) $y=-2x^2+70x+1\ 500$.

当 $x=-\frac{b}{2a}=17.5$ 时，y 最大.

答：每件商品降价 17.5 元时，商场日盈利最高.

【开阔视野，拓展提升】

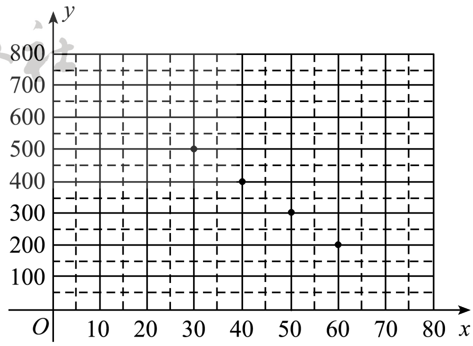
1. D　2. C　3. 1　9　4. (1, −6) 或 (4, 6)

5. 解：(1) 将各点在坐标系中描出，由图可猜想 y 与 x 是一次函数关系. 设这个一次函数为 $y=kx+b(k\neq0)$.

$\because$ 这个一次函数的图象经过 (30, 500), (40, 400) 两点，

$\therefore \begin{cases}500=30k+b,\\400=40k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=800.\end{cases}$

故函数关系式是 $y=-10x+800$.



(2) 设工艺厂试销该工艺品每天获得的利润是 W 元，

依题意得 $W=(x-20)(-10x+800)=-10x^2+1\ 000x-16\ 000=-10(x-50)^2+9\ 000$.

当 $x=50$ 时，W 有最大值，最大值是 9 000 元.

答：当销售单价定为 50 元时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大，最大利润是 9 000 元.

(3) 要想每天获得 8 750 元的利润，

则 $8\ 750=-10(x-50)^2+9\ 000$，

整理得 $(x-50)^2=25$，解得 $x_1=55$，$x_2=45$.

$\because$ 销售部门规定该工艺品的销售单价不得超过 48 元，

$\therefore x_1=55$ 不合题意，应舍去.

答：工艺厂要想每天获得 8 750 元的利润，销售单价应定为 45 元.

§5　二次函数与一元二次方程

第 1 课时

【明确目标，把握新知】

典型例题 1　−1

跟踪变式 1　$x_1=-1$　$x_2=5$

核心强化 1　1. B　2. C

典型例题 2　A

跟踪变式 2　B

核心强化 2　D

【自我测试，查缺补漏】

1. B　2. C　3. C　4. 1　5. 7　6. ①②④

7. (1) (1, 0), (3, 0)　(0, 3)　(2, −1)

(2) 略.

(3) $-1\leqslant y<3$

(4) $-1\leqslant t\leqslant 8$

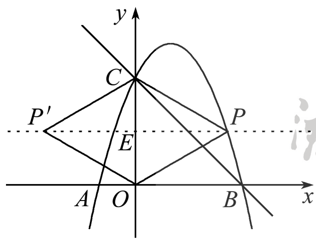
8. 解：(1) 将点 B 和点 C 的坐标代入函数解析式，

得 $\begin{cases}9a+6+c=0,\\c=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\c=3,\end{cases}$

故二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)若四边形 $POP'C$ 为菱形,则点 P 在线段 CO 的垂直平分线上.

如图所示,连接 PP',则 $PE\perp CO$,垂足为 E.



$\because C(0,3)$,$\therefore E(0,\frac{3}{2})$.$\therefore$点 P 的纵坐标为 $\frac{3}{2}$.

当 $y=\frac{3}{2}$ 时,$-x^2+2x+3=\frac{3}{2}$,

解得 $x_1=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$,$x_2=\frac{2-\sqrt{10}}{2}$(不合题意,舍去).

$\therefore$点 P 的坐标为$(\frac{2+\sqrt{10}}{2},\frac{3}{2})$.

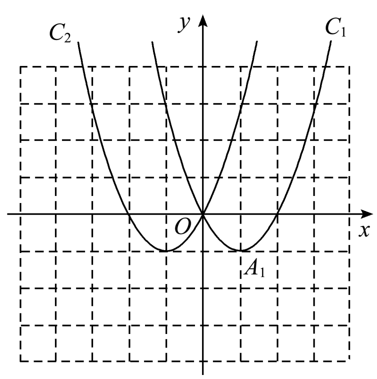
【开阔视野,拓展提升】

1. A　2. D　3. 2　4. -2

5. 解:(1)$\because$抛物线 C_1:$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$,

$\therefore$顶点坐标为 $A_1(1,-1)$.

画出抛物线 C_2 的图象,如图所示.



(2)解方程组 $\begin{cases} y=x+b, & ① \\ y=x^2-2x, & ② \end{cases}$

把①代入②,整理得 $x^2-3x-b=0$.

令 $\Delta=9+4b=0$,解得 $b=-\frac{9}{4}$.

(3)$\because C_1$的图象沿 y 轴翻折,得到抛物线 C_2的图象,

$\therefore$由题意可得抛物线 C_2的解析式是 $y=x^2+2x$.

解方程组 $\begin{cases} y=x+b, & ① \\ y=x^2+2x, & ② \end{cases}$

把①代入②,整理得 $x^2+x-b=0$.

令 $\Delta=1+4b=0$,解得 $b=-\frac{1}{4}$.

$\therefore$当直线 $y=x+b$ 与图象 C_3 有两个交点时,b 的取值范围为 $-\frac{9}{4}<b<-\frac{1}{4}$.

第 2 课时

【明确目标,把握新知】

典型例题　C

跟踪变式　D

核心强化　$-1<x_2<0$

【自我测试,查缺补漏】

1. C　2. C

3. $x_1=-3$,$x_2=1$　4. $-1<x<3$　5. ①②③

6. 解:(1)$\because$点 A 的坐标是$(4,0)$,并且 $OA=OC=4OB$,

$\therefore$点 C 的坐标为$(0,4)$,点 B 的坐标为$(-1,0)$.

设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

由题意得 $\begin{cases} 16a+4b+c=0, \\ c=4, \\ a-b+c=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=3, \\ c=4. \end{cases}$

故抛物线的解析式为 $y=-x^2+3x+4$.

(2)存在.

①当点 C 为直角顶点时,过点 C 作 $CP_1\perp AC$,交抛物线于点 P_1,过点 P_1 作 y 轴的垂线,垂足为 M.

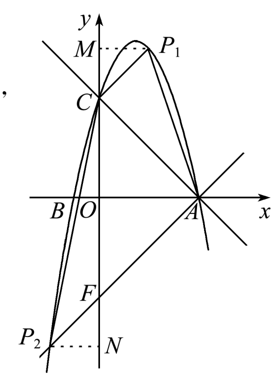
$\because\angle ACP_1=90°$,$\therefore\angle MCP_1+\angle ACO=90°$.

$\because\angle ACO+\angle OAC=90°$,$\therefore\angle MCP_1=\angle OAC$.

$\because OA=OC$,$\therefore\angle MCP_1=\angle OAC=45°$.

$\therefore\angle MCP_1=\angle MP_1C$.

$\therefore MC=MP_1$.



设点 $P_1(m,-m^2+3m+4)$,

则 $m+4=-m^2+3m+4$,

解得 $m_1=0$(舍去),$m_2=2$.

当 $m=2$ 时,$-m^2+3m+4=6$,$\therefore P_1(2,6)$.

②当点 A 为直角顶点时,过点 A 作 $AP_2\perp AC$,交抛物线于点 P_2,交 y 轴于点 F,过点 P_2 作 y 轴的垂线,垂足为 N.

$\because\angle CAO=45°$,$\therefore\angle FP_2N=\angle P_2FN=\angle AFO=45°$.

$\therefore P_2N=NF$,$OF=OA$.

设 $P_2(n,-n^2+3n+4)$,则 $n=-n^2+3n+4+4$,

解得 $n_1=4$(舍去),$n_2=-2$.

当 $n=-2$ 时,$-n^2+3n+4=-6$,即 $P_2(-2,-6)$.

综上所述,点 P 的坐标是$(2,6)$或$(-2,-6)$.

7. 解:(1)$\because$抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+4$ 的对称轴是直线$x=3$,

$\therefore-\frac{\frac{3}{2}}{2a}=3$,解得 $a=-\frac{1}{4}$.

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$.

当 $y=0$ 时,$-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=0$,

解得 $x_1=-2$,$x_2=8$.

$\therefore$点 A 的坐标为$(-2,0)$,点 B 的坐标为$(8,0)$.

(2)当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=4$，

∴点 C 的坐标为 $(0,4)$.

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$，

将 $B(8,0)$，$C(0,4)$ 代入 $y=kx+b$，

则 $\begin{cases}8k+b=0,\\ b=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\ b=4.\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+4$.

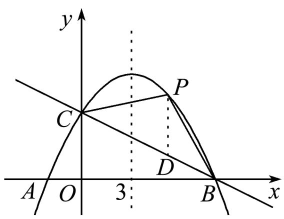
假设存在这样的点 P，设点 P 的坐标为 $(x,-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4)$，其中 $0<x<8$. 过点 P 作 $PD\parallel y$ 轴，交直线 BC 于点 D，则点 D 的坐标为 $(x,-\frac{1}{2}x+4)$，如图所示.

∴$PD=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4-(-\frac{1}{2}x+4)=-\frac{1}{4}x^2+2x$.

∴$S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}PD\cdot OB=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$.

当 $x=4$ 时，$\triangle PBC$ 的面积最大，最大面积是 16.

(3)设点 M 的坐标为 $(m,-\frac{1}{4}m^2+\frac{3}{2}m+4)$，则点 N 的坐标为 $(m,-\frac{1}{2}m+4)$，



∴ $MN=|-\frac{1}{4}m^2+\frac{3}{2}m+4-(-\frac{1}{2}m+4)|=|-\frac{1}{4}m^2+2m|$.

∵$MN=3$，∴$|-\frac{1}{4}m^2+2m|=3$.

①当 $0<m<8$ 时，有 $-\frac{1}{4}m^2+2m-3=0$，

解得 $m_1=2$，$m_2=6$.

∴点 M 的坐标为 $(2,6)$ 或 $(6,4)$.

②当 $m<0$ 或 $m>8$ 时，有 $-\frac{1}{4}m^2+2m+3=0$，

解得 $m_3=4-2\sqrt{7}$，$m_4=4+2\sqrt{7}$.

∴点 M 的坐标为 $(4-2\sqrt{7},\sqrt{7}-1)$ 或 $(4+2\sqrt{7},-\sqrt{7}-1)$.

综上所述，点 M 的坐标为 $(4-2\sqrt{7},\sqrt{7}-1)$，$(2,6)$，$(6,4)$ 或 $(4+2\sqrt{7},-\sqrt{7}-1)$.

【开阔视野，拓展提升】

1. C　2. D

3. $-3<x<0$　4. ①③④

5. 解：(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 $A(-2,0)$，$B(4,0)$，

∴假设抛物线的解析式为 $y=a(x+2)(x-4)$.

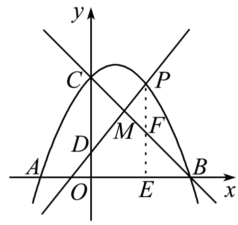
∵$OC=2OA$，$OA=2$，∴$C(0,4)$.

将 $C(0,4)$ 代入抛物线的解析式，得到 $a=-\frac{1}{2}$，

∴$y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=-\frac{1}{2}x^2+x+4$.

(2)如图所示，作 $PE\perp x$ 轴于点 E，交 BC 于点 F.

∵$CD\parallel PE$，∴$\triangle CMD\backsim\triangle FMP$. ∴$m=\frac{PM}{DM}=\frac{PF}{DC}$.



∵直线 $y=kx+1(k>0)$ 与 y 轴交于点 D，∴$D(0,1)$.

∵ BC 的解析式为 $y=-x+4$，

设 $P(n,-\frac{1}{2}n^2+n+4)$，

则 $F(n,-n+4)$，

∴$PF=-\frac{1}{2}n^2+n+4-(-n+4)=-\frac{1}{2}(n-2)^2+2$.

∴$m=\frac{PF}{DC}=-\frac{1}{6}(n-2)^2+\frac{2}{3}$.

当 $n=2$ 时，m 有最大值，最大值为 $\frac{2}{3}$，此时 $P(2,4)$.

(3)存在.

①当 DP 是矩形的边时，有两种情形：

a. 如图 1 所示，四边形 $DQNP$ 是矩形时，

由第(2)题可知 $P(2,4)$，代入 $y=kx+1$ 中，得到 $k=\frac{3}{2}$.

∴直线 DP 的解析式为 $y=\frac{3}{2}x+1$，$D(0,1)$，$E(-\frac{2}{3},0)$.

由 $\triangle DOE\backsim\triangle QOD$，可得 $\frac{OD}{OQ}=\frac{OE}{OD}$，∴$OD^2=OE\cdot OQ$，解得 $OQ=\frac{3}{2}$. ∴$Q(\frac{3}{2},0)$.

根据矩形的性质，将点 P 向右平移 $\frac{3}{2}$ 个单位，向下平移 1 个单位，得到点 N，则点 N 的坐标为 $(\frac{7}{2},3)$.

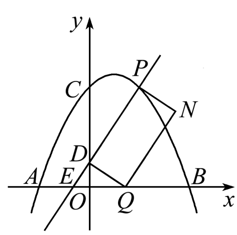


图 1

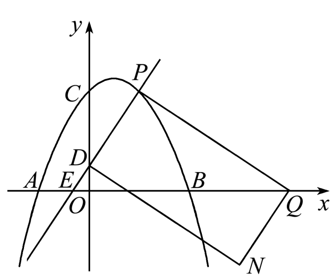


图 2

b. 如图 2 所示，四边形 $PDNQ$ 是矩形时，

∵直线 DP 的解析式为 $y=\frac{3}{2}x+1$，$PQ\perp PD$，

∴直线 PQ 的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$. ∴$Q(8,0)$.

根据矩形的性质可知，将点 D 向右平移 6 个单位，向下平移 4 个单位，得到点 N，

则点 N 的坐标为 $(6,-3)$.

②当 DP 是对角线时，设 $Q(x,0)$，则 $QD^2=x^2+1$，$QP^2=(x-2)^2+4^2$，$PD^2=13$.

∵Q 是直角顶点，∴$QD^2+QP^2=PD^2$.

$\therefore x^2+1+(x-2)^2+16=13$,

整理得 $x^2-2x+4=0$,方程无解,此种情形不存在.

综上所述,满足条件的点 N 的坐标为$(\frac{7}{2},3)$或$(6,-3)$.

复习课

【强化知识,综合运用】

典型例题 1　3

跟踪变式 1　D

核心强化 1　-2

典型例题 2　B

跟踪变式 2　C

核心强化 2　B

典型例题 3　$x_1=-1,x_2=2$

跟踪变式 3　$x<-1$ 或 $x>3$

核心强化 3　-1

典型例题 4

解:(1)把 $x=2$ 代入 $y=-2x+2$ 中,得 $y=-2$,

$\therefore$抛物线的顶点坐标为$(2,-2)$.

(2)$\because$抛物线的顶点坐标为$(2,-2)$.

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=(x-2)^2-2=x^2-4x+2$.

跟踪变式 4

解:(1)二次函数 $y=ax^2-2ax-3$ 的对称轴是直线$x=-\frac{-2a}{2a}$,即直线 $x=1$.

(2)①$\because$二次函数 $y=ax^2-2ax-3(a\neq0)$的图象经过点 $A(-1,0)$,$\therefore a+2a-3=0$,解得 $a=1$.

此时二次函数的表达式为 $y=x^2-2x-3$.

②$\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,

$\therefore$顶点坐标为$(1,-4)$.

核心强化 4

解:设二次函数的解析式 $y=a(x-1)(x-2)$,

把$(0,2)$代入得 $2=2a$,解得 $a=1$.

故二次函数的解析式为 $y=(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$.

典型例题 5　C

跟踪变式 5　C

核心强化 5　B

典型例题 6

解:(1)根据题意得 $y=(30+x-20)(230-10x)=-10x^2+130x+2\ 300(0<x\leqslant10$ 且 x 为正整数).

(2)当 $y=2\ 520$ 时,得$-10x^2+130x+2\ 300=2\ 520$,

解得 $x_1=2,x_2=11$(不合题意,舍去).

当 $x=2$ 时,$30+x=32$(元).

答:每件文具的售价定为 32 元时,月销售利润为 2 520 元.

(3)根据题意得 $y=-10x^2+130x+2\ 300=-10(x-6.5)^2+2\ 722.5$,

当 $x=6.5$ 时,y 有最大值,最大值为 2 722.5.

$\because 0<x\leqslant10$ 且 x 为正整数,

$\therefore$当 $x=6$ 时,$30+x=36$(元),$y=2\ 720$(元);

当 $x=7$ 时,$30+x=37$(元),$y=2\ 720$(元).

答:每件文具的售价定为 36 元或 37 元时,可使月销售利润最大,最大的月销售利润是 2 720 元.

跟踪变式 6

解:(1)设每件商品降价 x 元,

由题意得$(100-80-x)(100+10x)=2\ 160$,

即 $x^2-10x+16=0$,解得 $x_1=2,x_2=8$.

经检验,$x_1=2,x_2=8$ 均符合要求.

答:商店经营该商品一天要获利润 2 160 元,则每件商品应降价 2 元或 8 元.

(2)由题意得 $y=(100-80-x)(100+10x)=-10x^2+100x+2\ 000=-10(x-5)^2+2\ 250$.

当 $x=5$ 时,y 取得最大值,为 2 250 元.

答:$y=-10x^2+100x+2\ 000$,当 $x=5$ 时,商场获取最大利润,为 2 250 元.

核心强化 6

(1)$(20-x)$　$10x$

(2)解:设每件商品降价 x 元时,利润为 W 元.

根据题意得 $W=(20-x)(100+10x)=-10x^2+100x+2\ 0\ 00=-10(x-5)^2+2\ 250$,

当 $x=5$ 时,商场日盈利最大,最大值是 2 250 元.

答:每件商品降价 5 元时,商场日盈利最大,最大值是 2 250元.

【自我测试,查缺补漏】

1.B　2.B　3.B

4.4　5.1　6.①③④⑤

7.解:(1)设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

则$\begin{cases}5k+b=0,\\b=5,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-1,\\b=5.\end{cases}$

$\therefore$直线 BC 的解析式为 $y=-x+5$.

$\because$抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $B(5,0),C(0,5)$,

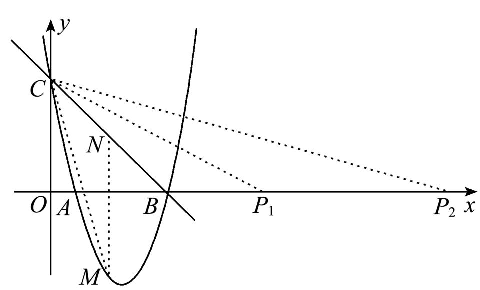
$\therefore\begin{cases}25+5b+c=0,\\c=5,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=-6,\\c=5.\end{cases}$

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=x^2-6x+5$.

(2)设 $M(m,m^2-6m+5)$,则 $N(m,-m+5)$,

$\therefore MN=(-m+5)-(m^2-6m+5)=-m^2+5m=-(m-\frac{5}{2})^2+\frac{25}{4}$.

当 $m=\frac{5}{2}$时,MN 取最大值$\frac{25}{4}$.



(3)连接 CM,如图所示.

$\because\angle NCM+\angle CMN=\angle CBA=45^\circ$,

$\therefore \angle CNM=\angle CBP$.

由勾股定理得 $BC=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$，

由第(2)题得 $NC=\frac{1}{2}BC=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

①BP 和 NC 是对应边时，$\triangle BPC\backsim\triangle NCM$，

$\therefore \frac{BP}{NC}=\frac{BC}{NM}$，即 $\frac{BP}{\frac{5\sqrt{2}}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\frac{25}{4}}$，解得 $BP=4$.

$\therefore OP=OB+BP=5+4=9$，点 $P_1(9,0)$.

②BP 和 NM 是对应边时，$\triangle BPC\backsim\triangle NMC$，

$\therefore \frac{BP}{NM}=\frac{BC}{NC}$，即 $\frac{BP}{\frac{25}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$，解得 $BP=\frac{25}{2}$.

$\therefore OP=OB+BP=5+\frac{25}{2}=\frac{35}{2}$，点 $P_2(\frac{35}{2},0)$.

综上所述，$P_1(9,0)$，$P_2(\frac{35}{2},0)$.

8. 解：(1)把 $A(1,-4)$代入 $y=kx-6$ 中，得 $k=2$，

$\therefore y=2x-6$.

令 $y=0$，解得 $x=3$，$\therefore$点 B 的坐标是$(3,0)$.

$\because A$ 为顶点，$\therefore$设抛物线的解析为 $y=a(x-1)^2-4$.

把 $B(3,0)$代入，得 $4a-4=0$，解得 $a=1$.

$\therefore y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$.

(2)存在.

$\because OB=OC=3$，$OP=OP$，

$\therefore$当$\angle POB=\angle POC$ 时，$\triangle POB\cong\triangle POC$.

此时，PO 平分第二象限，即 PO 的解析式为 $y=-x$.

设 $P(m,-m)$，则 $-m=m^2-2m-3$，解得 $m=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$($m=\frac{1+\sqrt{13}}{2}>0$，舍去)，

$\therefore P(\frac{1-\sqrt{13}}{2},\frac{\sqrt{13}-1}{2})$.

(3)①如图所示，当$\angle Q_1AB=90°$时，$\triangle DAQ_1\backsim\triangle DOB$，

$\therefore \frac{AD}{OD}=\frac{DQ_1}{DB}$，即$\frac{\sqrt{5}}{6}=\frac{DQ_1}{3\sqrt{5}}$，解得 $DQ_1=\frac{5}{2}$.

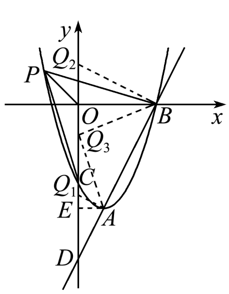
$\therefore OQ_1=\frac{7}{2}$，即 $Q_1(0,-\frac{7}{2})$.

②如图所示，当$\angle Q_2BA=90°$时，$\triangle BOQ_2\backsim\triangle DOB$，

$\therefore \frac{OB}{OD}=\frac{OQ_2}{OB}$，即 $\frac{3}{6}=\frac{OQ_2}{3}$.

$\therefore OQ_2=\frac{3}{2}$，即 $Q_2(0,\frac{3}{2})$.

③如图所示，当$\angle AQ_3B=90°$时，作 $AE\perp y$ 轴于点 E，则$\triangle BOQ_3\backsim\triangle Q_3EA$，



$\therefore \frac{OB}{EQ_3}=\frac{OQ_3}{EA}$，

即$\frac{3}{4-OQ_3}=\frac{OQ_3}{1}$.

$\therefore OQ_3{}^2-4OQ_3+3=0$，解得 $OQ_3=1$ 或 3，

即 $Q_3(0,-1)$，$Q_4(0,-3)$.

综上所述，点 Q 的坐标为$(0,-\frac{7}{2})$或$(0,\frac{3}{2})$或$(0,-1)$或$(0,-3)$.

【开阔视野，拓展提升】

1. C　2. D

3. ③④⑤　4. $0<m<4$

5. 解：(1)把点 $A(-2,0)$，$B(4,0)$分别代入 $y=ax^2+bx-3(a\neq0)$，得$\begin{cases}4a-2b-3=0,\\16a+4b-3=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\frac{3}{8},\\b=-\frac{3}{4},\end{cases}$

$\therefore$该抛物线的解析式为 $y=\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{4}x-3$.

(2)设运动时间为 t 秒，则 $AP=3t$，$BQ=t$，$PB=6-3t$.

由题意得，点 C 的坐标为$(0,-3)$.

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中，$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

如图 1 所示，过点 Q 作 $QH\perp AB$ 于点 H，

$\therefore QH\parallel CO$. $\therefore \triangle BHQ\backsim\triangle BOC$，

$\therefore \frac{HQ}{OC}=\frac{BQ}{BC}$，即$\frac{HQ}{3}=\frac{t}{5}$，解得 $HQ=\frac{3}{5}t$.

$\therefore S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}PB\cdot HQ=\frac{1}{2}(6-3t)\cdot\frac{3}{5}t=-\frac{9}{10}t^2+\frac{9}{5}t=-\frac{9}{10}(t-1)^2+\frac{9}{10}$.

当$\triangle PBQ$ 存在时，$0<t<2$，

$\therefore$当 $t=1$ 时，$S_{\triangle PBQ}$取最大值$\frac{9}{10}$.

故运动 1 秒时，$\triangle PBQ$ 的面积最大，最大面积是$\frac{9}{10}$.

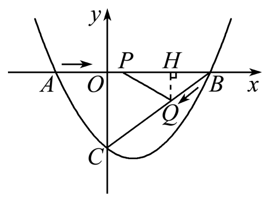


图 1

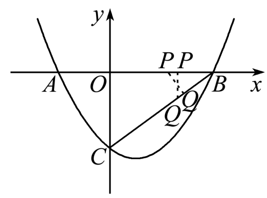


图 2

(3)如图 2 所示，在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中，$\cos B=\frac{OB}{BC}=\frac{4}{5}$.

设运动时间为 t 秒，则 $AP=3t$，$BQ=t$，$PB=6-3t$.

当$\angle PQB=90°$时，$\cos B=\frac{BQ}{PB}=\frac{4}{5}$，即$\frac{t}{6-3t}=\frac{4}{5}$，

化简得 $17t=24$，解得 $t=\frac{24}{17}$.

当$\angle BPQ=90°$时，$\cos B=\frac{PB}{BQ}$，即$\frac{6-3t}{t}=\frac{4}{5}$，

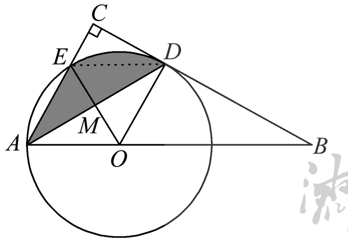
化简得 $19t=30$，解得 $t=\frac{30}{19}$.

综上所述，当 $t=\frac{24}{17}$或 $t=\frac{30}{19}$时，以 P，B，Q 为顶点的三角形为直角三角形.

$\because AC\perp BC$，$\therefore AC\parallel OD$. $\therefore \angle CAD=\angle ADO$.

$\because OA=OD$，$\therefore \angle OAD=\angle ADO$.

$\therefore \angle OAD=\angle CAD$，即 AD 平分$\angle BAC$.



(2)解：设 EO 与 AD 交于点 M，连接 ED.

$\because \angle BAC=60^\circ$，$OA=OE$，

$\therefore \triangle AEO$ 是等边三角形.

$\therefore AE=OA$，$\angle AOE=60^\circ$. $\therefore AE=AO=OD$.

又由第(1)题知 $AC\parallel OD$，即 $AE\parallel OD$，

$\therefore$四边形 $AEDO$ 是菱形.

则$\triangle AEM\cong\triangle DOM$，$\angle EOD=60^\circ$.

$\therefore S_{\triangle AEM}=S_{\triangle DOM}$.

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形EOD}=\dfrac{60\times\pi\times 2^2}{360}=\dfrac{2}{3}\pi$.

达标检测答案

第一章达标检测

1. C　2. B　3. C　4. D　5. B　6. A　7. B　8. A　9. D　10. B

11. 12　12. 60°　13. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　14. $\sqrt{2}-1$　15. 8 m

16. $(4\sqrt{3}-4)$m　17. $\dfrac{1}{2}$　18. 1　19. $\sqrt{2}+1$

20. $\dfrac{1}{3}$　21. 1.

22. 解：设 $AE=x$，则 $BE=3x$，$BC=4x$，$AM=MD=2x$，$CD=4x$，

$\therefore EC=\sqrt{(3x)^2+(4x)^2}=5x$，

$EM=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x$，

$CM=\sqrt{(2x)^2+(4x)^2}=2\sqrt{5}x$.

$\therefore EM^2+CM^2=EC^2$，即$\triangle CEM$ 是直角三角形.

$\therefore \sin\angle ECM=\dfrac{EM}{EC}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

23. 解：(1)过点 C 作 AB 的垂线 CD，垂足为 D，如图所示.

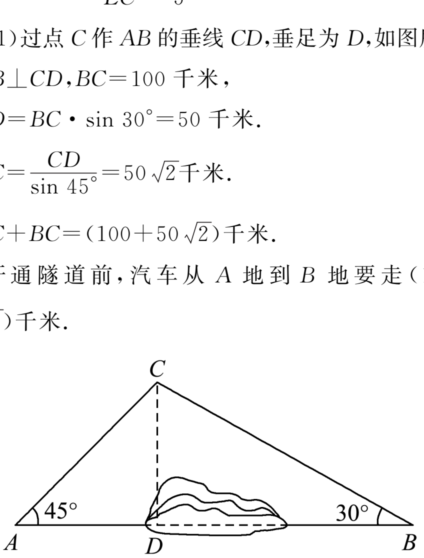
$\because AB\perp CD$，$BC=100$ 千米，

$\therefore CD=BC\cdot\sin 30^\circ=50$ 千米.

$\therefore AC=\dfrac{CD}{\sin 45^\circ}=50\sqrt{2}$千米.

$\therefore AC+BC=(100+50\sqrt{2})$千米.

答：开通隧道前，汽车从 A 地到 B 地要走$(100+50\sqrt{2})$千米.



(2)在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=BC\cdot\cos 30^\circ=50\sqrt{3}$千米，

$CD=\dfrac{1}{2}BC=50$ 千米.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD=\dfrac{CD}{\tan 45^\circ}=50$ 千米.

$\therefore AB=AD+BD=(50+50\sqrt{3})$千米.

$\therefore AC+BC-AB=(50+50\sqrt{2}-50\sqrt{3})$千米.

答：开通隧道后，汽车从 A 地到 B 地可以少走$(50+50\sqrt{2}-50\sqrt{3})$千米.

24. 解：(1)在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\therefore \tan A=\dfrac{BC}{AC}$.

$\because \angle DCB=\angle A$，$BC=2$，

$\therefore \tan\angle DCB=\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{AC}$，解得 $AC=4$.

由勾股定理得 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

$\because \angle DCB=\angle A$，$\angle D=\angle D$，$\therefore \triangle DBC\backsim\triangle DCA$.

$\therefore \dfrac{CD}{AD}=\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{BC}{CA}=\dfrac{2}{4}$，即 $CD=2BD$，

设 $BD=x$，则 $CD=2x$，

$\therefore \dfrac{2x}{2\sqrt{5}+x}=\dfrac{1}{2}$，解得 $x=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. $\therefore CD=2x=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$.

(2)$\because \tan\angle DCB=\tan\angle CAB=\dfrac{1}{2}$，$\therefore \dfrac{BC}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

设 $BC=x$，$AC=2x$，则 $AB=\sqrt{5}x$，$AF=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}x$.

$\because \tan\angle CAF=\dfrac{CF}{AF}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore CF=\dfrac{1}{2}AF=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x$.

$\because \triangle DCB\backsim\triangle DAC$，$\therefore \dfrac{BD}{CD}=\dfrac{CD}{AD}$.

$\therefore \dfrac{a}{2a}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}x+a}$，即$\sqrt{5}x=3a$，$x=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$.

$\therefore S_{\triangle DBC}=\dfrac{1}{2}BD\cdot CF=\dfrac{1}{2}a\cdot\dfrac{2\sqrt{5}x}{5}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}ax=\dfrac{3a^2}{5}$.

过点 B 作 $BM\perp CD$ 于点 M，过点 G 作 $GH\perp CE$ 于点 H，如图所示.

$\therefore S_{\triangle DBC}=\dfrac{1}{2}CD\cdot BM=\dfrac{3a^2}{5}$，即$\dfrac{1}{2}\cdot 2a\cdot BM=\dfrac{3a^2}{5}$，

解得 $BM=\frac{3}{5}a$.

∵$\angle CAB+\angle ABC=\angle ECG+\angle ABC=90^\circ$,

∴$\angle CAB=\angle ECG$.

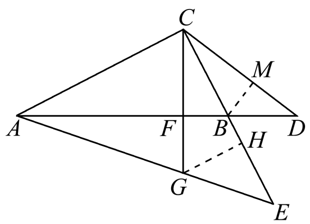
∴$\tan\angle CAB=\tan\angle ECG=\frac{1}{2}=\frac{GH}{CH}$.

∵$BC=BE=x$,$AC=2x$,∴$AC=EC$.

∵$\angle ACE=90^\circ$,∴$\angle E=45^\circ$.

∴$GH=EH$. ∴$GH=\frac{2x}{3}$.

∴$\frac{S_{\triangle DBC}}{S_{\triangle CGE}}=\frac{\frac{3}{5}a^2}{\frac{1}{2}CE\cdot GH}=\frac{\frac{3}{5}a^2}{\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot\frac{2}{3}x}=\frac{1}{2}$.



第二章达标检测

1.D　2.A　3.B　4.C　5.A　6.D　7.B　8.D　9.A　10.C

11.8　12.(1,1)　13.(−2,0),(8,0)　14.②③④

15.$x<-3$ 或 $x>1$

16.解:(1)由顶点 $A(-1,4)$,可设二次函数的关系式为 $y=a(x+1)^2+4(a\neq 0)$.

∵二次函数的图象过点 $B(2,-5)$,

∴$-5=a(2+1)^2+4$,解得 $a=-1$.

∴二次函数的关系式是 $y=-(x+1)^2+4=-x^2-2x+3$.

(2)令 $x=0$,则 $y=-(0+1)^2+4=3$,

∴图象与 y 轴的交点坐标为(0,3).

令 $y=0$,则 $0=-(x+1)^2+4$,

解得 $x_1=-3$,$x_2=1$.

故图象与 x 轴的交点坐标是(−3,0),(1,0).

17.解:(1)因为二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(-3,0)$,$D(-2,-3)$,

所以 $\begin{cases}9-3b+c=0,\\4-2b+c=-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=2,\\c=-3.\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$.

(2)∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$,$D(-2,-3)$,$C(0,-3)$,

∴点 C,D 关于对称轴对称. 连接 AC,与对称轴的交点就是点 P,

此时 $PA+PD=PA+PC=AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

(3)设点 P 的坐标为(m,m^2+2m-3),

易求得点 B 的坐标为(1,0). ∴$AB=4$.

∵$S_{\triangle ABP}=6$,∴$\frac{1}{2}\times 4\times|m^2+2m-3|=6$.

∴$m^2+2m-6=0$ 或 $m^2+2m=0$.

∴$m=0$ 或 -2 或 $-1+\sqrt{7}$或$-1-\sqrt{7}$.

∴点 P 的坐标为(0,−3)或(−2,−3)或$(-1+\sqrt{7},3)$或$(-1-\sqrt{7},3)$.

18.解:(1)由题意得 $y=(x-5)(100-\frac{x-6}{0.5}\times 5)=-10x^2+210x-800$,

故 y 与 x 的函数关系式为 $y=-10x^2+210x-800$.

(2)要使当天的利润不低于 240 元,则 $y\geqslant 240$.

令 $y=-10x^2+210x-800=240$,

解得 $x_1=8$,$x_2=13$.

∵$-10<0$,∴抛物线的开口向下.

∴当天的销售单价所在的范围为 $8\leqslant x\leqslant 13$.

(3)∵每件文具的利润不超过 80%,

∴$\frac{x-5}{5}\leqslant 0.8$,解得 $x\leqslant 9$.

∴文具的销售单价为 $6\leqslant x\leqslant 9$.

由第(1)题得 $y=-10x^2+210x-800=-10(x-10.5)^2+302.5$,对称轴为 $x=10.5$,

∴$6\leqslant x\leqslant 9$ 在对称轴的左侧,且 y 随 x 的增大而增大.

∴当 $x=9$ 时,取得最大值,此时 $y=280$.

即每件文具的售价定为 9 元时,获得最大利润,最大利润是 280 元.

19.解:(1)设二次函数的表达式为 $y=a(x-1)^2+9$,

将点 A 的坐标代入上式,解得 $a=-1$.

故抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+8$.

当 $x=3$ 时,$y=5$,则点 $B(3,5)$.

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

将点 A,B 的坐标代入上式,解得 $k=2$,$b=-1$.

故直线 AB 的解析式为 $y=2x-1$.

(2)存在.

∵二次函数的对称轴为直线 $x=1$,则点 $C(1,1)$.

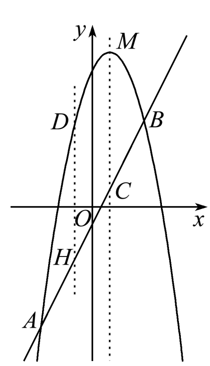
过点 D 作 y 轴的平行线,交 AB 于点 H,如图所示.

设点 $D(x,-x^2+2x+8)$,$H(x,2x-1)$.

∵$S_{\triangle DAC}=2S_{\triangle DCM}$,

则 $\frac{1}{2}DH(x_C-x_A)=MC(x_C-x_D)$,即 $\frac{1}{2}\times(-x^2+2x+8-2x+1)\times(1+3)=8(1-x)$,

解得 $x=-1$ 或 5(舍去). 故点 $D(-1,5)$.



(3)设点 $Q(m,0)$，$P(s,t)$，则 $t=-s^2+2s+8$.

①当 AM 是平行四边形的一条边时，

点 M 先向左平移 4 个单位，再向下平移 16 个单位，即可得到点 A.

同理，点 $Q(m,0)$先向左平移 4 个单位，再向下平移 16 个单位，为$(m-4,-16)$，即为点 P.

故 $m-4=s$，$-16=t$.

而 $t=-s^2+2s+8$，解得 $s=6$ 或 -4.

故点 $P(6,-16)$或$(-4,-16)$.

②当 AM 是平行四边形的对角线时，

由中点公式得 $m+s=-2$，$t=2$.

而 $t=-s^2+2s+8$，解得 $s=1\pm\sqrt{7}$.

故点 $P(1+\sqrt{7},2)$或$(1-\sqrt{7},2)$.

综上所述，点 P 的坐标为$(6,-16)$或$(-4,-16)$或$(1+\sqrt{7},2)$或$(1-\sqrt{7},2)$.

第三章达标检测

1.C 2.B 3.D 4.D 5.A 6.D 7.B 8.A 9.C 10.C

11.6π 12.6 13.8 14.$3\leqslant r\leqslant 5$ 15.8 cm

16.解：如图所示，设光盘的圆心为 O，三角板的另外两点为 C，D，连接 OB，OA.

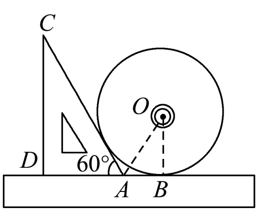
$\because \angle CAD=60^\circ$，$\therefore \angle CAB=120^\circ$.

$\because AB$ 和 AC 与$\odot O$ 相切，$\therefore \angle OAB=\angle OAC$.

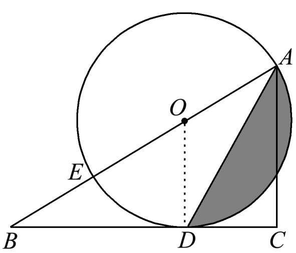
$\therefore \angle OAB=\frac{1}{2}\angle CAB=60^\circ$.

$\because AB=3$ cm，$\therefore OA=6$ cm.

由勾股定理得 $OB=3\sqrt{3}$ cm，$\therefore$光盘的直径为 $6\sqrt{3}$ cm.



第 16 题图



第 17 题图

17.解：(1)连接 OD，如图所示.

$\because AD$ 平分$\angle BAC$，$\therefore \angle OAD=\angle CAD$.

$\because OA=OD$，$\therefore \angle ODA=\angle OAD$.

$\therefore \angle ODA=\angle CAD$. $\therefore OD\parallel AC$.

$\because \angle C=90^\circ$，$\therefore \angle ODB=90^\circ$.

$\therefore OD\perp BC$. $\therefore$直线 BC 是$\odot O$ 的切线.

(2)由$\angle B=30^\circ$，$\angle C=90^\circ$，$\angle ODB=90^\circ$，

得 $AB=2AC=6$，$OB=2OD$，$\angle AOD=120^\circ$，$\angle DAC=30^\circ$.

$\because OA=OD$，$\therefore OB=2OA$. $\therefore OA=OD=2$.

由$\angle DAC=30^\circ$，得 $DC=\sqrt{3}$.

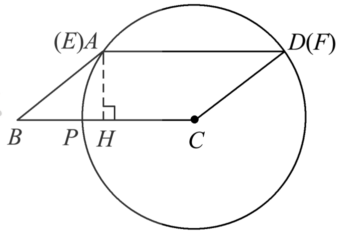
$\therefore S_{阴影}=S_{扇形OAD}-S_{\triangle OAD}=\frac{120}{360}\pi\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$.

18.解：(1)如图所示，设$\odot O$ 的半径为 r，

当点 A 在$\odot C$ 上时，点 E 和点 A 重合，过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H，

$\therefore BH=AB\cdot\cos B=4$. $\therefore AH=3$，$CH=4$.

$\therefore AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=5$. $\therefore CP=r=5$.



(2)如图所示，若 $AP\parallel CE$，$APCE$ 为平行四边形.

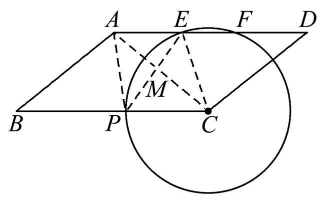
$\because CE=CP$，$\therefore$四边形 $APCE$ 是菱形.

连接 AC，EP，则 $AC\perp EP$. $\therefore AM=CM$.

由第(1)题知 $AB=AC$，则$\angle ACB=\angle B$.

$\therefore CP=CE=\frac{CM}{\cos\angle ACB}=\frac{25}{8}$.

$\therefore EF=2\sqrt{(\frac{25}{8})^2-3^2}=\frac{7}{4}$.



(3)如图所示，过点 C 作 $CN\perp AD$ 于点 N，连接 AC.

$\because \cos B=\frac{4}{5}$，$\therefore \angle B<45^\circ$.

$\because \angle BCG<90^\circ$，$\therefore \angle G>45^\circ$.

$\because \angle AEG=\angle BCG\geqslant\angle ACB=\angle B$，

$\therefore$当$\angle AEG=\angle B$ 时，点 A，E，G 重合.

$\therefore \triangle AGE$ 是等腰三角形，即$\angle G=\angle AEG$.

$\because AD\parallel BC$，$\therefore \triangle GAE\backsim\triangle GBC$.

$\therefore \frac{AE}{BC}=\frac{AG}{BG}$，即$\frac{AE}{8}=\frac{AE}{AE+5}$，

解得 $AE=3$，$EN=AN-AE=1$.

$\therefore CE=\sqrt{EN^2+CN^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，即$\odot O$ 的半径的长为 $\sqrt{10}$.