智慧学习 科学检测 轻松夺冠

名校金学典

（五·四学制）

新课程

学习与检测

数学

八年级·下册

主　　编：尚凡青

副 主 编：韩雪亭

编　　者：张秀英　刘　真　王延恒　赵延丽　郑菲菲
欧文辉　成永芳　郭　霞　王　莹

学练考一本通

★ 二十年畅销品牌

★ 权威教研团队编写

★ 助你成就最好的自己

济南出版社

第六章　特殊平行四边形

§6.1　菱形的性质与判定(一)

课标导航

- 理解菱形的概念,了解它与平行四边形之间的关系.
- 探索并证明菱形的性质定理.
- 应用菱形的性质定理解决相关问题.

自主学习,预览新知

1.菱形的定义:____________________.

2.菱形是中心对称图形,__________ 是对称中心.

3.菱形的对边______,对角______,对角线__________.

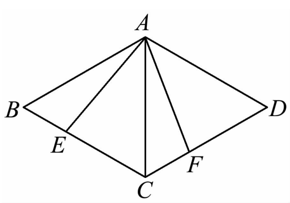
4.菱形的四条边都________.菱形是轴对称图形,________都是它的对称轴.

5.菱形的对角线________,并且每一条对角线都__________.

6.菱形的面积=底×高=______________.

核心强化,把握新知

例题1 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,AC 为对角线,$\angle B=60°$,点 E,F 分别是 BC,CD 边上的点,$BE=CF$.求证:$AE=AF$.



【解答】证明:∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴$AB=BC$,$\angle ACB=\angle ACD$,$AB\parallel CD$.

∴$\angle BCD+\angle B=180°$.∴$\angle BCD=120°$.

∴$\angle ACB=60°=\angle B$.∴$\triangle ABC$ 是等边三角形.

∴$AB=AC$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle ACF$ 中,$\begin{cases}AB=AC,\\ \angle B=\angle ACF,\\ BE=CF,\end{cases}$

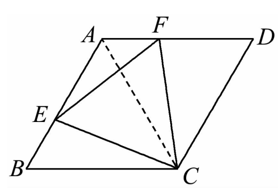
∴$\triangle ABE\cong\triangle ACF$(SAS).∴$AE=AF$.

【点拨】此题主要考查了菱形的性质,全等三角形的性质与判定及等边三角形的性质与判定;熟练掌握菱形的性质,证明三角形全等是解题的关键.

例题2 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle B=60°$,点 E,F 分别在边 AB,AD 上,且 $AE=DF$.

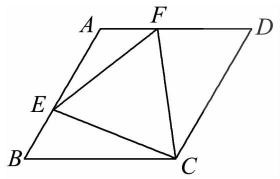
【解答】(1)$\triangle ECF$ 是等边三角形.理由:连接 CA,如右图所示,∵四边形 $ABCD$ 是菱形,$\angle B=60°$,$AE=DF$,

∴$AB=BC=CD=DA$,$\angle BAD=120°$.



(1)试判断△ECF 的形状并说明理由;

(2)若 $AB=6$,那么△ECF 的周长是否存在最小值?如果存在,请求出来;如果不存在,请简要说明理由.



∴$\angle FAC=60^\circ$,$BE=AF$,$AB=BC=AC$.

在△AFC 和△BEC 中,$\begin{cases}AF=BE,\\ \angle FAC=\angle B,\\ AC=BC,\end{cases}$

∴△$AFC\cong$△BEC(SAS).

∴$CF=CE$,$\angle ACF=\angle BCE$.

又∵$\angle BCE+\angle ECA=60^\circ$,∴$\angle ECA+\angle ACF=60^\circ$.

∴△ECF 是等边三角形;

(2)若 $AB=6$,那么△ECF 的周长存在最小值,最小值是 $9\sqrt{3}$.

理由:∵$\angle B=60^\circ$,$AB=6$,点 C 到线段 AB 的最短距离是当线段 $CE\perp AB$ 时,∴$\angle BEC=90^\circ$. ∴$CE=3\sqrt{3}$. 由(1)知△CEF 是等边三角形,∴△ECF 的周长的最小值是 $9\sqrt{3}$.

【点拨】本题考查菱形的性质、最短路线问题,解题的关键是明确题意,找出所求问题需要的条件.

知能训练,夯实新知

小贴士

选择题:解选择题的原则是既要注意题目的特点,充分应用供选择的答案所提供的信息,又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题:解填空题的原则是"小题不能大做",基本策略是"巧解",合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

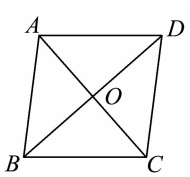
解答题:解解答题要注重通性通法,要求一次性运算准确,"宁慢勿粗",同时要注意分步解答题目的形式,仔细审题,不可疏忽.

基础达标

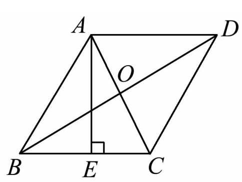
一、选择题

1. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,$AB=5$,$AC=6$,则菱形 $ABCD$ 的面积是 ( )

A. 24　　B. 26　　C. 30　　D. 48



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,$BD=8$,$BC=5$,$AE\perp BC$ 于点 E,则 AE 的长是 ( )

A. 5　　B. $\frac{12}{5}$　　C. $\frac{24}{5}$　　D. $\frac{18}{5}$

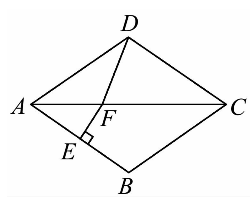
3. 下列性质中,菱形具有而平行四边形不具有的是 ( )

A. 对边平行且相等　　B. 对角线互相平分

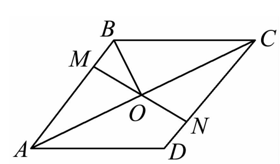
C. 对角线互相垂直　　D. 对角互补

4. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=80^\circ$,AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F,点 E 为垂足,连接 DF,则 $\angle CDF$ 的度数是 ( )

A. 80°　　B. 70°　　C. 65°　　D. 60°



第 4 题图



第 5 题图

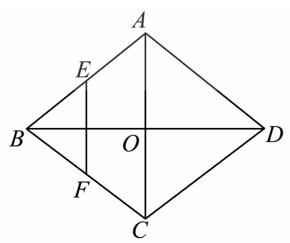
5. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,点 M,N 分别在 AB,CD 上,且 $AM=CN$,MN 与 AC 交于点 O,连接 BO. 若 $\angle DAC=28^\circ$,则 $\angle OBC$ 的度数是 ( )

A. 28°　　B. 52°　　C. 62°　　D. 72°

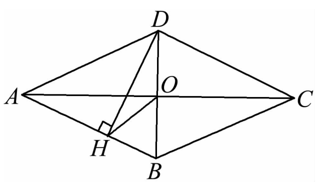
二、填空题

6. 菱形的两条对角线长分别为 3 和 4，则菱形的面积是________.

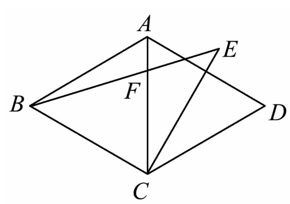
7. 如图所示，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BC 相交于点 O，点 E，F 分别是 AB，BC 边上的中点，连接 EF. 若 $EF=\sqrt{3}$，$BD=4$，则菱形 $ABCD$ 的周长是________.



8. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle DAB=50^\circ$，对角线 AC，BD 相交于点 O，$DH\perp AB$ 于点 H，连接 OH，则 $\angle DHO$ 的度数是________.



第 8 题图



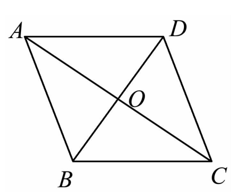
第 9 题图

9. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=120^\circ$，$CE\perp AD$，且 $CE=BC$，连接 BE 交对角线 AC 于点 F，则 $\angle EFC$ 的度数是________.

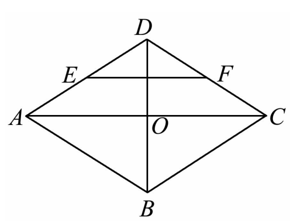
拓展提升

1. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=60^\circ$，其所对的对角线长为 4，则菱形 $ABCD$ 的面积是________.

2. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中，$AC=8$，$BD=6$，则 $\triangle ABC$ 的周长是________.



第 2 题图



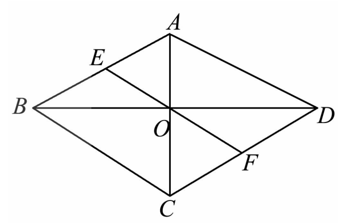
第 3 题图

3. 如图所示，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，E，F 分别是 AD，CD 边上的中点，连接 EF. 若 $EF=\sqrt{2}$，$BD=2$，则菱形 $ABCD$ 的面积是________.

4. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中，AC 和 BD 相交于点 O，过点 O 的线段 EF 与一组对边 AB，CD 分别相交于点 E，F.

(1)求证：$AE=CF$；

(2)若 $AB=2$，点 E 是 AB 的中点，求 EF 的长.



学考链接

在菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^\circ$，点 E 在边 BC 上，点 F 在边 CD 上.

(1)如图 1 所示，若点 E 是 BC 的中点，$\angle AEF=60^\circ$，求证：$BE=DF$；

(2)如图 2 所示，若 $\angle EAF=60^\circ$，求证：$\triangle AEF$ 是等边三角形.

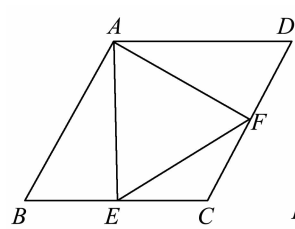


图 1

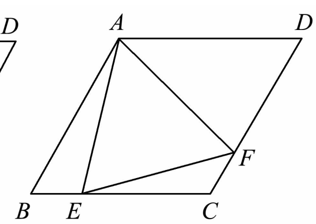


图 2

§6.1　菱形的性质与判定(二)

课标导航

- 理解并掌握菱形的定义及两个判定方法；会用这些判定方法进行有关的论证和计算.
- 在菱形的判定方法的探索与综合应用中，培养学生的观察能力、动手能力及逻辑思维能力.

自主学习，预览新知

菱形的判定方法：

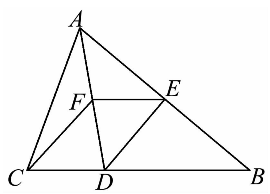
有一组________________相等的平行四边形是菱形.

对角线________________的平行四边形是菱形.

________________的四边形是菱形.

核心强化，把握新知

例题1　如图所示，在△ABC中，∠BAC的平分线AD交BC于点D，E是AB上一点，且$AE=AC$，EF∥BC交AD于点F.求证：四边形$CDEF$是菱形.



【解答】证明：∵AD平分∠CAB，∴∠CAD=∠EAD.

在△ADE和△ADC中，$\begin{cases} AC=AE, \\ \angle CAD=\angle EAD, \\ AD=AD, \end{cases}$

∴△ADE≌△ADC(SAS).∴$DE=DC$，∠ADE=∠ADC.

同理△AFE≌△AFC，∴$EF=CF$.

∵EF∥BC，∴∠EFD=∠ADC，∴∠EFD=∠ADE.

∴$DE=EF$.∴$DE=EF=CF=DC$.

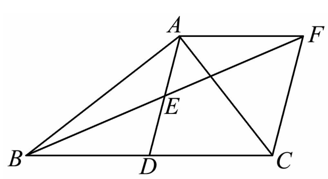
∴四边形$CDEF$是菱形.

【点拨】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、菱形的判定、平行线的性质，关键是掌握菱形的判定定理：四条边都相等的四边形是菱形.

例题2　如图所示，在△ABC中，AD是BC边上的中线，点E是AD的中点，过点A作AF∥BC交BE的延长线于点F，连接CF.

(1)求证：△AEF≌△DEB；

(2)若∠BAC=90°，求证：四边形$ADCF$是菱形.



【解答】证明：(1)∵点E是AD的中点，

∴$AE=DE$.

∵AF∥BC，∴∠AFE=∠DBE.

在△AEF与△DEB中，$\begin{cases} \angle AFE=\angle DBE, \\ \angle AEF=\angle DEB, \\ AE=DE, \end{cases}$

∴△AEF≌△DEB(AAS)；

(2)∵△AEF≌△DEB，∴$AF=DB$.

∵AD是BC边上的中线，∴$DC=DB$.

∴$AF=DC$.

∵AF∥DC，∴四边形$ADCF$是平行四边形.

∵∠BAC=90°，AD是BC边上的中线，

∴$AD=DC$.

∴平行四边形$ADCF$是菱形.

【点拨】此题主要考查了平行四边形的判定以及全等三角形的性质与判定、菱形的判定、三角形中线的性质等知识点，熟练掌握平行四边形的判定是解题关键.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

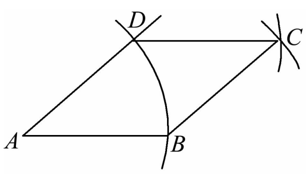
1. 用直尺和圆规作一个菱形，如图所示，能得到四边形 $ABCD$ 是菱形的依据是（　　）

A. 一组邻边相等的四边形是菱形

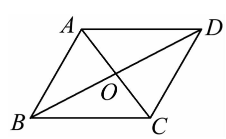
B. 四边相等的四边形是菱形

C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D. 每条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形



第 1 题图



第 3 题图

2. 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点所得四边形是菱形，则四边形 $ABCD$ 一定是（　　）

A. 菱形

B. 对角线互相垂直的四边形

C. 矩形

D. 对角线相等的四边形

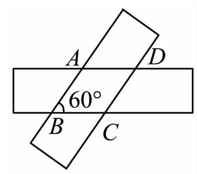
3. 如图所示，若要使平行四边形 $ABCD$ 成为菱形，则需要添加的条件是（　　）

A. $AB=CD$　　　B. $AD=BC$

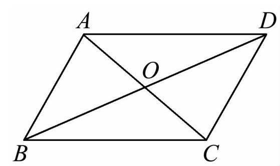
C. $AB=BC$　　　D. $AC=BD$

二、填空题

4. 如图所示，将两张等宽的长方形纸条交叉叠放，重叠部分是一个四边形 $ABCD$. 若 $AD=6$ cm，$\angle ABC=60°$，则四边形 $ABCD$ 的面积是________cm^2.



第 4 题图

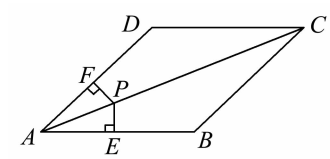


第 5 题图

5. 如图所示，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，添加一个条件，能使▱$ABCD$ 成为菱形. 你添加的条件是________（不再添加辅助线和字母）.

三、解答题

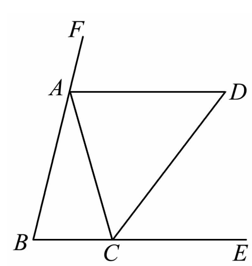
6. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 P 是对角线 AC 上的一点，$PE\perp AB$，$PF\perp AD$，垂足分别为点 E，F，且 $PE=PF$，平行四边形 $ABCD$ 是菱形吗？为什么？



7. 如图所示，在△ABC 中，$AB=AC$，AD，CD 分别是△ABC 两个外角的平分线.

(1)求证：$AC=AD$；

(2)若 $\angle B=60°$，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形.

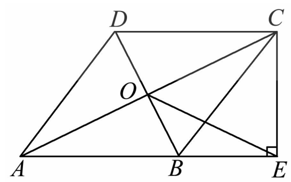


拓展提升

1. 如图所示，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$AB=AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE.

(1)求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

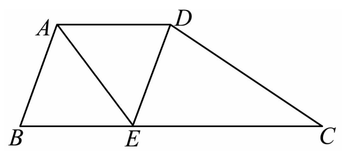
(2)若 $AB=\sqrt{5}$，$BD=2$，求 OE 的长.



2. 如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=AD$，$\angle BAD$ 的平分线 AE 交 BC 于点 E，连接 DE.

(1)求证：四边形 $ABED$ 是菱形；

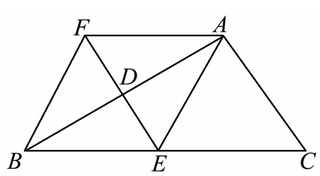
(2)若 $\angle ABC=60^\circ$，$CE=2BE$，试判断 $\triangle CDE$ 的形状，并说明理由.



3. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=2AC$，点 D，E 分别是边 AB，BC 的中点，过点 A 作 $AF\parallel BC$ 交 ED 的延长线于点 F，连接 BF.

(1)求证：四边形 $ACEF$ 是菱形；

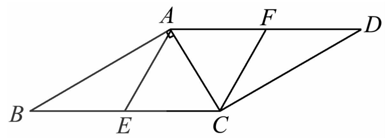
(2)若四边形 $AEBF$ 也是菱形，直接写出线段 AB 与线段 AC 的关系.



4. 如图所示，已知点 E，F 分别是▱$ABCD$ 的边 BC，AD 上的中点，且 $\angle BAC=90^\circ$.

(1)求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

(2)若 $\angle B=30^\circ$，$BC=10$，求菱形 $AECF$ 面积.

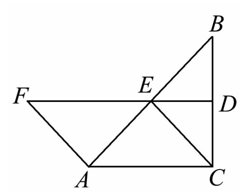


学考链接

如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，点 F 在 DE 的延长线上，且 $AF=CE=AE$.

(1)求证：四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

(2)当 $\angle B$ 满足什么条件时，四边形 $ACEF$ 是菱形，并说明理由.



§6.2　矩形的性质与判定(一)

课标导航

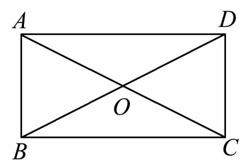
- 掌握矩形的概念和性质,理解矩形与平行四边形的区别与联系.
- 会初步用矩形的概念和性质来解决有关问题.

自主学习,预览新知

1.矩形的定义:有一个角是________的是矩形.
2.矩形的性质:
(1)边的性质:________________________________.
(2)角的性质:________________________________.
(3)对角线性质:________________________________.
(4)对称性:________________________________.
3.直角三角形的性质定理:直角三角形斜边上的中线等于斜边的________.

核心强化,把握新知

例题1　如图所示,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 交于点 $O,AC=4$ cm,$\angle AOD=120°$,求 BC 的长.



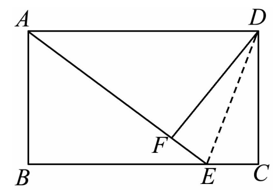
【解答】解:如图所示,∵矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 交于点 $O,AC=4$ cm,∴$OA=OB=\frac{1}{2}AC=2$ cm.又∵$\angle AOD=120°$,∴$\angle AOB=60°$.∴$\triangle AOB$ 是等边三角形.∴$AB=OA=OB=2$ cm.

在直角$\triangle ABC$中,$\angle ABC=90°,AB=2$ cm,$AC=4$ m,∴$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$(cm).

【点拨】本题考查了矩形的性质和等边三角形的性质和判定的应用,解此题的关键是求出 OA,OB 的长,题目比较典型.

例题2　如图所示,在矩形 $ABCD$ 中,点 E 是 BC 上一点,$AE=AD$,$DF\perp AE$,垂足为点 F.求证:$DF=DC$.

【解答】证明:连接 DE.∵$AD=AE$,∴$\angle AED=\angle ADE$.∵四边形 $ABCD$ 是矩形,∴$AD\parallel BC$,$\angle C=90°$.∴$\angle ADE=\angle DEC$.∴$\angle DEC=\angle AED$.又∵$DF\perp AE$,∴$\angle DFE=\angle C=90°$.∵$DE=DE$,∴$\triangle DFE\cong\triangle DCE$.∴$DF=DC$.



【点拨】根据矩形的性质和 $DF\perp AE$ 于点 F,可以得到$\angle DEC=\angle AED$,$\angle DFE=\angle C=90°$,进而依据 AAS 可以证明$\triangle DFE\cong\triangle DCE$,然后利用全等三角形的性质解决问题.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列性质中，菱形具有而矩形不一定具有的是（　　）

A. 对角线互相垂直

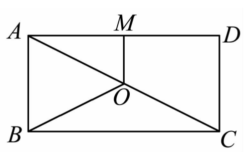
B. 对角线互相平分

C. 对角线相等

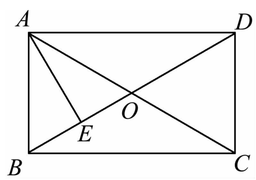
D. 既是轴对称图形又是中心对称图形

2. 如图所示，点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点，点 M 是 AD 的中点. 若 $OM=3$，则 AB 的长为（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8



第 2 题图



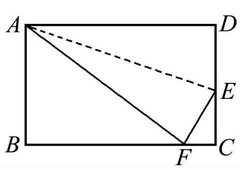
第 3 题图

3. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 C，AE 垂直平分 BO. 若 $AE=2\sqrt{3}$，则 OD 的长为（　　）

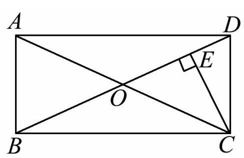
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

4. 如图所示，将长方形 $ABCD$ 沿 AE 折叠，使点 D 落在 BC 边上的点 F 处. 如果 $\angle BAF=60^\circ$，那么 $\angle DAE$ 的度数是（　　）

A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°



第 4 题图



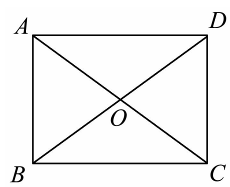
第 5 题图

5. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$CE\perp BD$，垂足为点 E. 若 $CE=5$，且 $EO=2DE$，则 AD 的长为（　　）

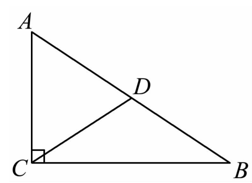
A. $5\sqrt{6}$　　B. $6\sqrt{5}$　　C. 10　　D. $6\sqrt{3}$

二、填空题

6. 如图所示，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，$\angle AOB=60^\circ$，$AC=8$，则 $\triangle ABO$ 的周长为________.



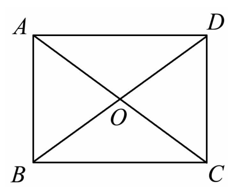
第 6 题图



第 7 题图

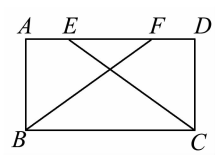
7. 如图所示，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，点 D 为斜边 AB 的中点，$AB=10$ cm，则 CD 的长为________cm.

8. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中（$AB<BC$），AC，BD 相交于点 O，则图中等腰三角形的个数是________.



三、解答题

9. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，点 E，F 在边 AD 上，且 $AE=DF$. 求证：$BF=CE$.



拓展提升

1. 下列说法正确的是　　(　　)

A. 对角线互相垂直的四边形是菱形

B. 矩形的对角线互相垂直

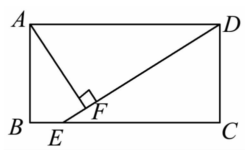
C. 一组对边平行的四边形是平行四边形

D. 四边相等的四边形是菱形

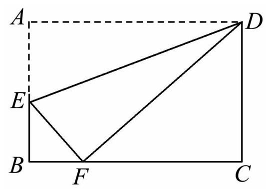
2. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中($AD>AB$)，点 E 是 BC 上一点，且 $DE=DA$，$AF\perp DE$，垂足为点 F. 下列结论不一定正确的是　　(　　)

A. $\triangle AFD\cong\triangle DCE$　　B. $AF=\frac{1}{2}AD$

C. $AB=AF$　　D. $BE=AD-DF$



第 2 题图



第 3 题图

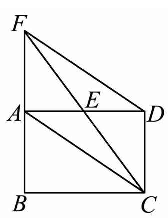
3. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将矩形 $ABCD$ 沿直线 DE 折叠，点 A 恰好落在边 BC 的点 F 处. 若 $AE=5$，$BF=3$，则 CD 的长为　　(　　)

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

4. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，延长 CE，BA 交于点 F，连接 AC，DF.

(1)求证：四边形 $ACDF$ 是平行四边形；

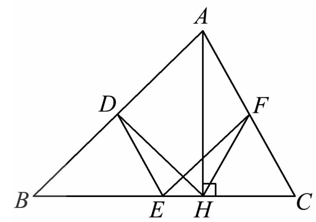
(2)当 CF 平分$\angle BCD$ 时，写出 BC 与 CD 的数量关系，并说明理由.



5. 如图所示，在$\triangle ABC$ 中，点 D，E，F 分别是 AB，BC，CA 的中点，AH 是边 BC 上的高.

(1)求证：四边形 $ADEF$ 是平行四边形；

(2)求证：$\angle DHF=\angle DEF$.

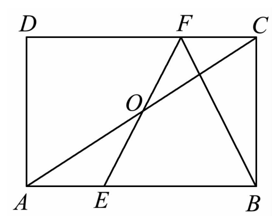


学考链接

如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是边 AB，CD 上的点，$AE=CF$，连接 EF，BF，EF 与对角线 AC 交于点 O，且 $BE=BF$，$\angle BEF=2\angle BAC$.

(1)求证：$OE=OF$；

(2)求$\angle ACB$ 的度数.



§6.2 矩形的性质与判定(二)

课标导航

- 能应用矩形的定义、判定定理,解决简单的证明题和计算题,进一步培养分析能力.
- 培养综合应用知识分析解决问题的能力.

自主学习,预览新知

矩形的判定方法:

(1)有一个角是____________________的是矩形.

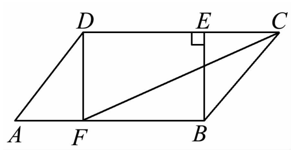
(2)有三个角是____________________的是矩形.

(3)对角线____________________的平行四边形是矩形.

(4)对角线____________________的四边形是矩形.

核心强化,把握新知

例题1 如图所示,在平行四边形 $ABCD$ 中,过点 B 作 $BE\perp CD$ 于点 E,点 F 在边 AB 上,$AF=CE$,连接 DF,CF.



(1)求证:四边形 $DFBE$ 是矩形;

(2)当 CF 平分 $\angle DCB$ 时,若 $CE=3$,$BE=4$,求 CD 的长.

【解答】(1)证明:∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,∴$AB\parallel CD$,$AB=CD$.

∵$AF=CE$,∴$FB=ED$.

∴四边形 $DFBE$ 是平行四边形.

∵$BE\perp CD$,∴$\angle BED=90°$.

∴四边形 $DFBE$ 是矩形;

(2)解:在 Rt$\triangle BEC$ 中,$BE=4$,$CE=3$,

∴$CB=5$.

∵CF 平分 $\angle BCD$,∴$\angle DCF=\angle BCF$.

∵$AB\parallel CD$,∴$\angle DCF=\angle CFB$.

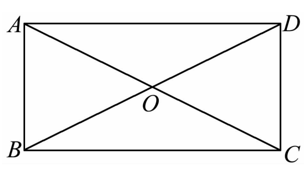
∴$\angle BCF=\angle CFB$. ∴$CB=BF=5$,∴$CD=8$.

【点拨】本题考查了矩形的性质和判定、平行四边形的判定和性质,勾股定理,等腰三角形的判定和性质,解题的关键是熟练掌握基本知识,属于中考常考题型.

例题2 如图所示,在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,$AO=OC$,$BO=OD$,且 $\angle AOB=2\angle OAD$.

(1)求证:四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2)若 $\angle AOB:\angle ODC=4:3$,求 $\angle ADO$ 的度数.



【解答】(1)证明:∵$AO=OC$,$BO=OD$,

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∵$\angle AOB=\angle DAO+\angle ADO=2\angle OAD$,

∴$\angle DAO=\angle ADO$. ∴$AO=DO$. ∴$AC=BD$.

∴四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2)解:∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$AB\parallel CD$,∴$\angle ABO=\angle CDO$.

∵$\angle AOB:\angle ODC=4:3$,

∴$\angle AOB:\angle ABO=4:3$,

∴$\angle BAO:\angle AOB:\angle ABO=3:4:3$,

∴$\angle ABO=54°$,

∵$\angle BAD=90°$,∴$\angle ADO=90°-54°=36°$.

【点拨】本题考查了矩形的性质和判定，三角形的内角和，正确的理解题意是解题的关键.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

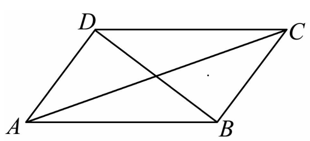
解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

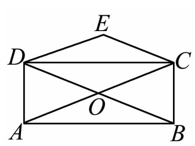
一、选择题

1. 如图所示，有下列四个条件：① $AB=BC$；② $\angle ABC=90^\circ$；③ $AC=BD$；④ $\angle ADC=\angle BAD$. 从中选取 1 个作为补充条件，使 $\square ABCD$ 为矩形. 其中错误的是（　　）

A. ①　　B. ②　　C. ③　　D. ④



第 1 题图



第 3 题图

2. 下列关于四边形是矩形的判断，正确的是（　　）

A. 对角线互相平分

B. 对角线互相垂直

C. 对角线互相平分且垂直

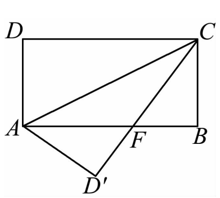
D. 对角线互相平分且相等

3. 如图所示，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，$CE\parallel BD$，$DE\parallel AC$. 若 $AC=4$，则四边形 $OCED$ 的周长为（　　）

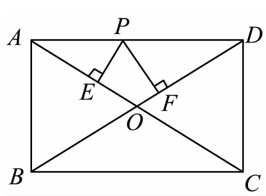
A. 4　　B. 8　　C. 10　　D. 12

4. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=4$，将矩形沿 AC 折叠，则重叠部分 $\triangle AFC$ 的面积为（　　）

A. 12　　B. 10　　C. 8　　D. 6



第 4 题图



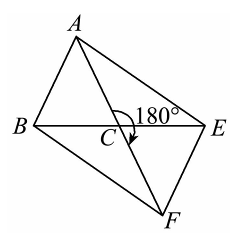
第 5 题图

5. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=8$，点 P 是 AD 上不与点 A 和 D 重合的一个动点，过点 P 分别作 AC 和 BD 的垂线，垂足为 E，F，则 $PE+PF$ 的值为（　　）

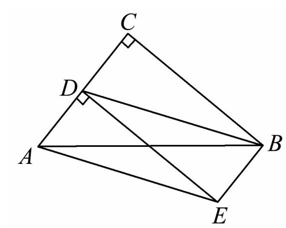
A. 10　　B. 4.8　　C. 6　　D. 5

二、填空题

6. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转 180° 得到 $\triangle FEC$，连接 AE，BF. 当 $\angle ACB$ 为________度时，四边形 $ABFE$ 为矩形.



第 6 题图

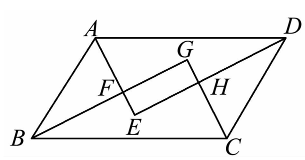


第 7 题图

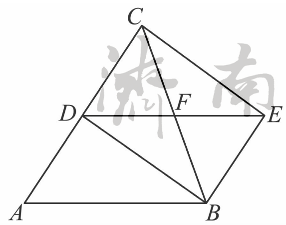
7. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，点 D 是 AC 的中点，$DE\perp AC$，$AE\parallel BD$. 若 $BC=4$，$AE=5$，则四边形 $ACBE$ 的周长是________.

三、解答题

8. 如图所示，平行四边形 $ABCD$ 的四个内角的平分线分别相交于点 E，F，G，H. 求证：四边形 $EFGH$ 是矩形.



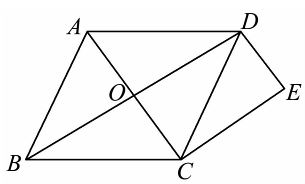
9. 如图所示,在$\triangle ABC$中,$AB=BC$,点D为AC的中点,四边形$ABED$是平行四边形,DE交BC于点F,连接CE.求证:四边形$BECD$是矩形.



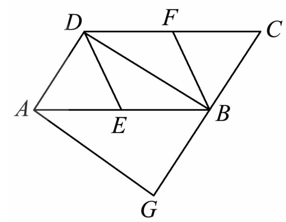
拓展提升

1. 下列命题正确的个数是 ( )
①矩形是轴对称图形,且有两条对称轴 ②两条对角线相等的四边形是矩形 ③有两个角相等的平行四边形是矩形 ④两条对角线相等且互相平分的四边形是矩形
A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

2. 如图所示,在菱形$ABCD$中,对角线AC,BD相交于点O,过点C作$CE \parallel BD$,过点D作$DE \parallel AC$,CE与DE相交于点E.
(1)求证:四边形$CODE$是矩形;
(2)若$AB=5$,$AC=6$,求四边形$CODE$的周长.

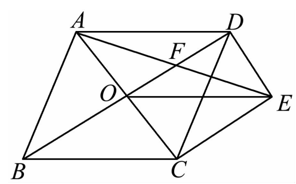


3. 如图所示,在平行四边形$ABCD$中,$\angle DAB=60°$,$AB=2AD$,点E,F分别是AB,CD的中点,过点A作$AG \parallel BD$,交CB的延长线于点G.
(1)求证:四边形$DEBF$是菱形;
(2)请判断四边形$AGBD$是什么特殊四边形,并加以证明.



学考链接

如图所示,菱形$ABCD$的对角线AC,BD相交于点O,过点D作$DE \parallel AC$,且$DE=\frac{1}{2}AC$,连接CE,OE,连接AE交OD于点F.
(1)求证:$OE=CD$;
(2)若菱形$ABCD$的边长为8,$\angle ABC=60°$,求AE的长.



§6.3　正方形的性质与判定

课标导航

● 理解正方形的概念，通过由一般到特殊的研究方法，分析平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念及性质之间的区别与联系．并形成文本信息与图形信息相互转化的能力．

● 在观察、操作、推理、归纳等探索明正方形的性质定理过程中，发展合情推理能力，进一步培养自己的说理习惯与能力

自主学习，预览新知

1．正方形定义：____________________叫作正方形．

2．正方形是特殊的平行四边形、矩形、菱形．它具有前三者的所有性质：

(1)边的性质：____________________．

(2)角的性质：____________________．

(3)对角线性质：____________________．

(4)对称性：____________________．

3．正方形的判定方法有哪些？

(1)____________________的菱形是正方形．

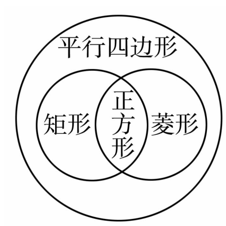
(2)____________________的矩形是正方形．

(3)____________________的四边形是正方形．

(4)____________________的矩形是正方形．

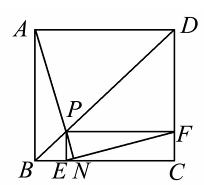
(5)____________________的平行四边形是正方形．

4．平行四边形、矩形、菱形和正方形的关系：(如图)



核心强化，把握新知

例题1　如图所示，已知过正方形 $ABCD$ 对角线 BD 上一点 P，作 $PE\perp BC$ 于点 E，作 $PF\perp CD$ 于点 F，连接 EF．试说明 $AP=EF$．



【解答】证明：连接 AC，PC，

∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴BD 垂直平分 AC．

∴$AP=CP$．

∵$PE\perp BC$，$PF\perp CD$，$\angle BCD=90^\circ$，

∴四边形 $PECF$ 为矩形．

∴$PC=EF$．

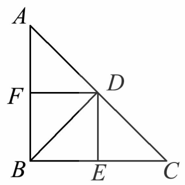
∴$AP=EF$．

【点拨】①在正方形中，常利用对角线互相垂直平分证明线段相等．②无论是正方形还是矩形经常通过连接对角线证题，这样可以使分散条件集中．

【思考】由上述条件是否可以得到 $AP\perp EF$．

【提示】可以，延长 AP 交 EF 于点 N，由 $PE/\!/AB$，有 $\angle NPE=\angle BAN$．又 $\angle BAN=\angle BCP$，而 $\angle BCP=\angle PFE$，故 $\angle NPE=\angle PFE$，而 $\angle PFE+\angle PEF=90^\circ$，所以 $\angle NPE+\angle PEF=90^\circ$，则 $AP\perp EF$．

例题2 如图所示,在$\triangle ABC$中,$\angle ABC=90^\circ$,BD平分$\angle ABC$,$DE\perp BC$,$DF\perp AB$,试说明四边形$BEDF$是正方形.



【解答】$\because\angle ABC=90^\circ$,$DE\perp BC$,

$\therefore DE\parallel AB$.同理:$DF\parallel BC$,

$\therefore BEDF$是平行四边形.

$\because BD$平分$\angle ABC$,$DE\perp BC$,$DF\perp AB$,$\therefore DE=DF$.

又$\because\angle ABC=90^\circ$,$BEDF$是平行四边形,

$\therefore$四边形$BEDF$是正方形.

思考:还有没有其他方法?

【点拨】灵活选择正方形的识别方法.

知能训练,夯实新知

小贴士

选择题:解选择题的原则是既要注意题目的特点,充分应用供选择的答案所提供的信息,又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题:解填空题的原则是“小题不能大做”,基本策略是“巧解”,合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题:解解答题要注重通性通法,要求一次性运算准确,“宁慢勿粗”,同时要注意分步解答题目的形式,仔细审题,不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列说法错误的是 ( )

A. 有一个角为直角的菱形是正方形

B. 有一组邻边相等的矩形是正方形

C. 对角线相等的菱形是正方形

D. 对角线相等且互相垂直的四边形是正方形

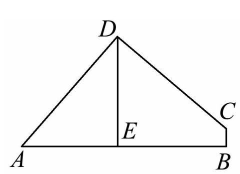
2. 在正方形$ABCD$的边AB,BC,CD,DA上分别任意取点E,F,G,H.这样得到的四边形$EFGH$中,是正方形的有 ( )

A. 1个　　B. 2个

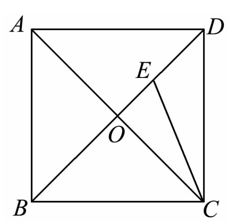
C. 4个　　D. 无穷多个

3. 如图所示,在四边形$ABCD$中,$AD=DC$,$\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$,$DE\perp AB$,若四边形$ABCD$的面积为16,则$DE$的长为 ( )

A. 3　　B. 2　　C. 4　　D. 8



第3题图

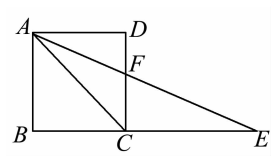


第4题图

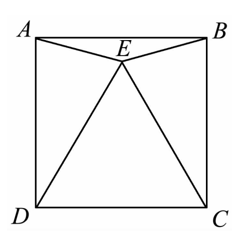
二、填空题

4. 如图所示,点E是正方形$ABCD$的对角线BD上一点,且$BE=BC$,则$\angle ACE$的度数是________.

5. 如图所示,在正方形$ABCD$中,点E在BC的延长线上,AE平分$\angle DAC$,则下列结论:①$\angle E=22.5^\circ$;②$\angle AFC=112.5^\circ$;③$\angle ACE=135^\circ$;④$AC=CE$;⑤$AD:CE=1:\sqrt{2}$.其中正确的有________个.

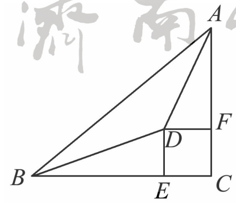


6. 如图所示,等边$\triangle EDC$在正方形$ABCD$内,连接EA,EB,则$\angle AEB$的度数是________.

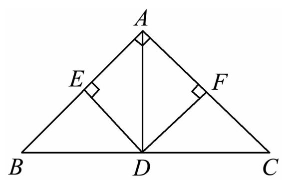


三、解答题

7. 如图所示，在△ABC 中，∠C=90°，∠BAC，∠ABC 的平分线相交于点 D，$DE\perp BC$，$DF\perp AC$，垂足分别为点 E，F. 问：四边形 $CFDE$ 是正方形吗？请说明理由.

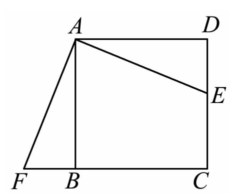


8. 如图所示，在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，点 D 是 BC 的中点，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$ 垂足分别为 E，F. 求证：四边形 $DEAF$ 是正方形.

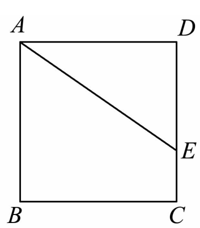


拓展提升

1. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 是边 CD 上一点，若△AFB 经过逆时针旋转角 θ (0°<θ<180°)后与△AED 重合，则 θ 的度数为________.



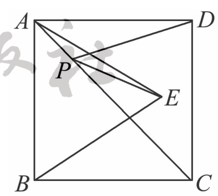
第 1 题图



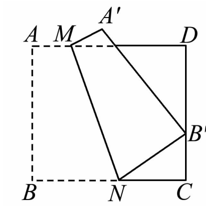
第 2 题图

2. 如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 DC 上，DE=2，EC=1，把线段 AE 绕点 A 旋转，使点 E 落在直线 BC 上的点 F 处，则 F，C 两点的距离为________.

3. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，△ABE 是等边三角形，点 E 在正方形 $ABCD$ 内，在对角线 AC 上有一点 P，使 $PD+PE$ 的和最小，则这个最小值为________.



第 3 题图



第 4 题图

4. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是边长为 9 的正方形纸片，将其沿 MN 折叠，使点 B 落在 CD 边上的 B' 处，点 A 的对应点为 A'，且 $B'C$=3，则 AM 的长是________.

学考链接

如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，AC 是对角线，现有较大的直角三角板，一边始终经过点 B，直角顶点 P 在射线 AC 上移动，另一边交 DC 于点 Q.

(1)如图 1 所示，当点 Q 在 DC 边上时，猜想并写出 PB 与 PQ 所满足的数量关系，并加以证明；

(2)如图 2 所示，当点 Q 落在 DC 的延长线上时，猜想并写出 PB 与 PQ 满足的数量关系，请证明你的猜想.

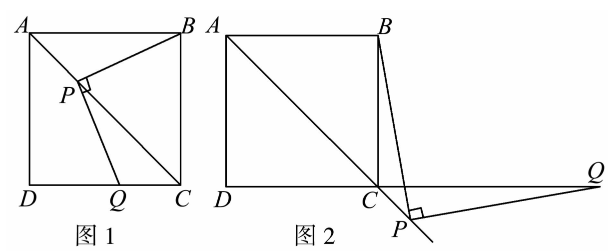


图 1　　图 2

第七章 二次根式

§7.1 二次根式

课标导航

- 理解二次根式的概念,知道二次根式中被开方数的取值范围和二次根式的取值范围.
- 经历二次函数概念的生成过程,体会类比的思想方法.

自主学习,预览新知

1.一般地,形如__________的式子叫作二次根式.其中 a 叫作__________.

2.$\sqrt{a}$具有__________性质.

3.$\sqrt{a}\geqslant 0(a\geqslant 0)$,$(\sqrt{a})^2=$________(　　).

核心强化,把握新知

例题1 若二次根式 $\sqrt{x+3}$有意义,则 x 应满足　　(　　)

A.$x\geqslant 3$　B.$x\geqslant -3$　C.$x>3$　D.$x>-3$

【分析】如果 $\sqrt{x+3}$有意义,那么 $x+3\geqslant 0$.解不等式 $x+3\geqslant 0$,得 $x\geqslant -3$.

【答案】B

【点拨】根据二次函数的定义,式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$叫二次根式,二次根式中的被开方数必须是非负数,否则二次根式无意义.根据二次函数有意义的条件得到不等式,解出不等式得到本题的答案.

例题2 计算:

(1)$(\sqrt{1.2})^2$;

(2)$(-2\sqrt{\frac{1}{2}})^2$.

【解答】(1)$(\sqrt{1.2})^2=1.2$;

(2)$(-2\sqrt{\frac{1}{2}})^2=(-2)^2\times(\sqrt{\frac{1}{2}})^2=4\times\frac{1}{2}=2$.

【点拨】本题主要考查二次函数的意义,$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$表示 a 的算术平方根,根据算式平方根的定义,它的平方等于 a,即$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列各式中，一定是二次根式的是　（　　）

A. $\sqrt{-3}$　　B. $\sqrt{x}$

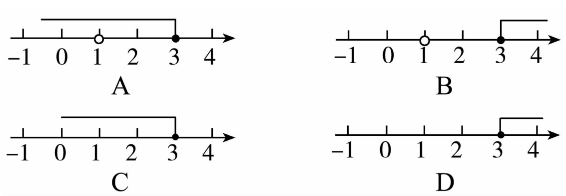
C. $\sqrt{x^2+1}$　　D. $\sqrt{x-1}$

2. 使二次根式 $\sqrt{2a+1}$ 有意义的 a 的取值范围是　（　　）

A. $a\neq-\frac{1}{2}$　　B. $a\geqslant\frac{1}{2}$

C. $a\geqslant-2$　　D. $a\geqslant-\frac{1}{2}$

3. 代数式 $\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-1}$ 中，x 的取值范围在数轴上表示为　（　　）



二、填空题

4. 若式子 $\sqrt{x-1}$ 是二次根式，则 x 的取值范围是________.

5. 若二次根式 $\sqrt{2-x}+\sqrt{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是____________.

6. 若 $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}$，则 $x+y$ 的值是________.

三、解答题

7. 计算：

(1) $(\sqrt{9})^2$；　　(2) $(\sqrt{2.5})^2$；

(3) $(3\sqrt{2})^2$；　　(4) $(-\frac{1}{2}\sqrt{8})^2$.

8. 比较大小：$3\sqrt{5}$ 与 $2\sqrt{11}$.

拓展提升

1. 要使代数式 $\sqrt{2-3x}$ 有意义，则 x 的　（　　）

A. 最大值是 $\frac{2}{3}$　　B. 最小值是 $\frac{2}{3}$

C. 最大值是 $\frac{3}{2}$　　D. 最小值是 $\frac{3}{2}$

2. 使代数式 $\frac{1}{\sqrt{x+3}}+\sqrt{4-3x}$ 有意义的非正整数 x 有　（　　）

A. 5 个　　B. 4 个　　C. 3 个　　D. 2 个

3. 当 $x=$________时，$\sqrt{2x-4}$ 的值最小.

4. 计算：

(1) $(2\sqrt{x^3})^2$；

(2)$(4\sqrt{2b-1})^2(b\geqslant\frac{1}{2})$.

5.已知 $y=\sqrt{x-7}+\sqrt{7-x}+2$,求 $3x+2y$ 的算术平方根.

6.已知实数 a,b 满足 $(a-2)^2+\sqrt{b-2a}=0$,求 $b-a$ 的算术平方根.

学考链接

1.使式子 $\frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 ( )

A. $x\geqslant-1$

B. $x\geqslant-1$ 且 $x\neq\pm1$

C. $x>-1$

D. $x>-1$ 且 $x\neq1$

2.若 $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+2$,则 x^y 的值是________.

3.已知 $m=\frac{\sqrt{16-n^2}+\sqrt{n^2-16}}{n+4}-3$,求 $(m+n)^{2\,016}$ 的值.

§7.2 二次根式的性质(一)

课标导航

- 深刻理解二次根数的性质并能应用二次根式的性质将简单二次根式化简.
- 要注意培养自己的探索能力,并会使用分类讨论的方法.

自主学习,预览新知

1.当 $a\geqslant0$ 时,$\sqrt{a^2}=$________.

2.积的算术平方根等于积中各因式的____________.

即:$\sqrt{ab}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$.

核心强化，把握新知

例题1　化简：$\sqrt{16}$.

【解答】$\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$.

【点拨】本题主要考查二次根式的性质：$a\geqslant0$ 时，$\sqrt{a^2}=a$.

例题2　化简：$\sqrt{75}$.

【解答】$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.

【点拨】本题主要考查二次根式的性质：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列等式正确的是　　(　　)

A. $(\sqrt{3})^2=3$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt{3^3}=3$　　D. $(-\sqrt{3})^2=-3$

2. 计算 $\sqrt{36}$的结果是　　(　　)

A. 6　　B. -6

C. 18　　D. -18

3. 当 $x>1$ 时，化简 $\sqrt{(x-1)^2}-1$ 的结果是　(　　)

A. $2-x$　　B. $x-2$

C. x　　D. $-x$

4. 已知 $ab<0$，则化简 $\sqrt{a^2b}$的结果为　　(　　)

A. $a\sqrt{b}$　　B. $-a\sqrt{b}$

C. $a\sqrt{-b}$　　D. $-a\sqrt{-b}$

二、填空题

5. 如果 $\sqrt{(2a-1)^2}=2a-1$，则 a 的取值范围是________.

6. 若 $0<a<1$，化简 $|1-a|+\sqrt{a^2}$的结果是________.

三、解答题

7. 化简：

(1) $\sqrt{12}$；　　(2) $\sqrt{48}$；

(3) $\sqrt{(-3)^2}$；　　(4) $\sqrt{200}$；

(5) $\sqrt{(-16)\times(-2)}$；　　(6) $\sqrt{\frac{36}{9}}$.

8. 计算：

(1) $\sqrt{3^2}=$________，$\sqrt{0.5^2}=$________，$\sqrt{0^2}=$________，$\sqrt{(-6)^2}=$________，$\sqrt{(-\frac{3}{4})^2}=$________；

(2) 观察(1)中的等式，发现其中的规律，并猜想 $\sqrt{a^2}$ 与 a 有怎样的关系？请用数学式子描述出来；

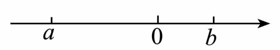
(3) 利用你总结的规律，计算：

①若 $x<2$，则 $\sqrt{(x-2)^2}=$________；

② $\sqrt{(3.14-\pi)^2}=$________.

拓展提升

1. 实数 a,b 在数轴上对应点的位置如图所示，化简 $|a|+\sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是（　　）



A. $-2a+b$　　B. $2a-b$

C. $-b$　　D. b

2. 如果 $\sqrt{(2a-1)^2}=1-2a$，则 a 的取值范围是（　　）

A. $a<\frac{1}{2}$　　B. $a\leqslant\frac{1}{2}$　　C. $a>\frac{1}{2}$　　D. $a\geqslant\frac{1}{2}$

3. 化简：

(1) $\sqrt{(\pi-3)^2}$；

(2) $\sqrt{8a^3b^4}$.

4. 求当二次根式 $\sqrt{4x^2}$ 的值等于 4 时 x 的值.

学考链接

1. 下列四个等式正确的是（　　）

① $\sqrt{(-4)^2}=4$　② $(-\sqrt{4})^2=16$　③ $(\sqrt{4})^2=4$　④ $\sqrt{(-4)^2}=-4$

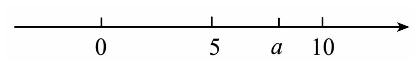
A. ①②　　B. ③④　　C. ②④　　D. ①③

2. 若 $1<x<2$，则 $|x-3|+\sqrt{(x-1)^2}$ 的值为（　　）

A. $2x-4$　　B. -2

C. $4-2x$　　D. 2

3. 实数 a 在数轴上的位置如图所示，则化简 $\sqrt{(a-4)^2}+\sqrt{(a-11)^2}$ 的结果为（　　）



A. 7　　B. -7

C. $2a-15$　　D. 无法确定

4. 若 $2<x<3$，试化简：$\sqrt{(2-x)^2}-|x-2|-\sqrt{x^2-6x+9}$.

§7.2　二次根式的性质(二)

课标导航

- 经历二次根式的性质$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant0,b>0)$的发现过程,体验归纳、类比的思想方法.
- 能利用二次根式的性质将二次根式化为最简二次根式.
- 通过二次根式的计算培养学生的逻辑思维能力.

自主学习,预览新知

1.商的算术平方根等于________________除以________________.

即$\sqrt{\frac{a}{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$.

2.一般地,被开方数不含字母,也不含能开得尽的因数或因式,这样的二次根式叫作____________.

核心强化,把握新知

例题1 化简:$\sqrt{\frac{3}{100}}$.

【解答】解:$\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$.

【点拨】本题主要考查二次根式的性质:$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant0,b>0)$.

例题2 化去二次根式根号内的分母:$\sqrt{\frac{9}{2}}$.

【解答】解:$\sqrt{\frac{9}{2}}=\sqrt{\frac{9\times2}{2\times2}}=\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

【点拨】本题主要考查利用分子分母同时乘以分母,将分母转化为平方的形式以达到化去式子中根号内的分母的目的.

知能训练,夯实新知

小贴士

选择题:解选择题的原则是既要注意题目的特点,充分应用供选择的答案所提供的信息,又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题:解填空题的原则是“小题不能大做”,基本策略是“巧解”,合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题:解解答题要注重通性通法,要求一次性运算准确,“宁慢勿粗”,同时要注意分步解答题目的形式,仔细审题,不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{18}$　　B. $\sqrt{0.5}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{5}}$

2. 把$\sqrt{\frac{1}{18}}$化为最简二次根式的结果为（　　）

A. $18\sqrt{18}$　　B. $\frac{1}{18}\sqrt{18}$

C. $\frac{1}{6}\sqrt{2}$　　D. $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$

3. 已知 $xy<0$，化简二次根式 $x\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$ 的正确结果为（　　）

A. $\sqrt{y}$　　B. $\sqrt{-y}$　　C. $-\sqrt{y}$　　D. $-\sqrt{-y}$

4. 若 $\sqrt{a^3+3a^2}=-a\sqrt{a+3}$，则 a 的取值范围是（　　）

A. $-3\leqslant a\leqslant 0$　　B. $a\leqslant 0$

C. $a<0$　　D. $a\geqslant -3$

二、填空题

5. 把二次根式$\sqrt{45}$化成最简二次根式得到的结果是________.

6. 化简$\frac{3}{\sqrt{3}}$的结果是________.

7. 化简：$\sqrt{\frac{75}{81}}=$________，$\frac{5}{\sqrt{5}}=$________.

三、解答题

8. 化简：

(1) $\sqrt{32}$；　　(2) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}$；

(3) $\sqrt{1.5}$；　　(4) $\sqrt{\frac{4}{3}}$.

9. 在下列各式中，哪些是最简二次根式？哪些不是？对不是最简二次根式的进行化简.

(1) $\sqrt{45}$；(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$；(3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$；(4) $\sqrt{0.5}$；(5) $\sqrt{1\frac{4}{5}}$.

拓展提升

1. 下列根式中，是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{20}$　　B. $\sqrt{8x}$

C. $\sqrt{(a+b)^2}$　　D. $\sqrt{a^2+b^2}$

2. 下列根式中，不能再化简的二次根式是（　　）

A. $\sqrt{a^2+1}$　　B. $-\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{27}$

3. 化简：

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$；　　(2) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$；　　(3) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}}$.

4. 把二次根式$\sqrt{23-a}$与$\sqrt{8}$分别化成最简二次根式后，被开方式相同.

(1) 如果 a 是正整数，那么符合条件的 a 有哪些？

(2) 如果 a 是整数，那么符合条件的 a 有多少个？最大值是什么？有没有最小值？

学考链接

1. 下列二次根式：$\sqrt{12}$，$\sqrt{0.5a}$，$\frac{\sqrt{a}}{3}$，$-\frac{1}{2}\sqrt{a^2b}$，$\sqrt{\frac{1}{4}a}$，$\sqrt{m^2n}$，$\sqrt{x^2+y^2}$，其中是最简二次根式的有（　　）

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 1 个　　D. 4 个

2. 计算$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$的结果是________.

3. 观察下面的变形规律：

$\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$，$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$，$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}=\sqrt{5}-\sqrt{4}$，…

解答下面的问题：

(1)若 n 为正整数，请你猜想 $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=$____________；

(2)计算：

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2\,016}+\sqrt{2\,015}}\right)\times(\sqrt{2\,016}+1)$.

§7.3　二次根式的加减

课标导航

- 了解同类二次根式的定义.
- 理解二次根式的加减法法则.
- 能熟练进行二次根式的加减运算.

自主学习，预览新知

1. 几个二次根式化简成____________后，如果它们的__________相同，那么这几个二次根式是同类二次根式.

2. 一般地，二次根式相加减，先把各个二次根式分别化成____________，然后再将____________分别合并，有括号时，要先________.

核心强化，把握新知

例题 计算：$2\sqrt{8}-6\sqrt{\frac{1}{3}}-(\sqrt{18}-\sqrt{27})$.

【解答】解：原式$=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

【点拨】此题主要考查了二次根式的加减运算，正确化简二次根式是解题关键.

知能训练,夯实新知

小贴士

选择题:解选择题的原则是既要注意题目的特点,充分应用供选择的答案所提供的信息,又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题:解填空题的原则是"小题不能大做",基本策略是"巧解",合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题:解解答题要注重通性通法,要求一次性运算准确,"宁慢勿粗",同时要注意分步解答题目的形式,仔细审题,不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列各式中,与$\sqrt{2}$是同类二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{4}$　　C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{12}$

2. 计算$\sqrt{18}-\sqrt{2}$的结果是 ( )

A. 4　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

3. 计算$\sqrt{48}+2\sqrt{3}-\sqrt{75}$的结果是 ( )

A. $\sqrt{3}$　　B. 1

C. $5\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{3}-\sqrt{75}$

4. 若$\sqrt{3}$的整数部分为x,小数部分为y,则$\sqrt{3}x-y$的值是 ( )

A. $3\sqrt{3}-3$　　B. $\sqrt{3}$

C. 1　　D. 3

二、填空题

5. 计算:$\sqrt{27}-\sqrt{12}=$________.

6. $\sqrt{8}$与最简二次根式$\sqrt{m+1}$是同类二次根式,则m的值是________.

7. 计算$\sqrt{27}-6\sqrt{\frac{1}{3}}$的结果是________.

三、解答题

8. 计算:

(1)$3\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-\sqrt{27}$;

(2)$\sqrt{27}-\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{12}$;

(3)$\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{8}}-2(\sqrt{2}-1)$;

(4)$(3\sqrt{3}-\sqrt{8})-(\sqrt{12}+\sqrt{2})$.

拓展提升

1. 下列二次根式中,能与$2\sqrt{3}$合并的是 ( )

A. $\sqrt{8}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　C. $\sqrt{18}$　　D. $\sqrt{9}$

2. 下列二次根式:$\sqrt{4}$,$\sqrt{12}$,$\sqrt{50}$,$\sqrt{\frac{1}{2}}$,其中与$\sqrt{2}$是同类二次根式的个数为 ( )

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

3. 若 $\sqrt{45}+\sqrt{a}=b\sqrt{5}$（$b$ 为整数），则 a 的值可以是（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. 27　　C. 24　　D. 20

4. 下列二次根式，不能与 $\sqrt{12}$ 合并的是________（填写序号即可）.

① $\sqrt{48}$　② $-\sqrt{125}$　③ $\sqrt{1\frac{1}{3}}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\sqrt{18}$

5. 已知三角形的三边长分别为 $\sqrt{45}$ cm，$\sqrt{80}$ cm，$\sqrt{125}$ cm，则这个三角形的周长为________cm.

6. 计算：

(1) $(\sqrt{24}-\sqrt{2})-(\sqrt{8}+\sqrt{6})$；

(2) $4\sqrt{3}-7\sqrt{12}+2\sqrt{48}$；

(3) $3\sqrt{48}-9\sqrt{\frac{1}{3}}+3\sqrt{12}$；

(4) $\frac{1}{2}\sqrt{12}-(3\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{2})$.

学考链接

1. 下列各式中，与 $\sqrt{a^3b}$ 不是同类二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{\frac{ab}{2}}$　　B. $\sqrt{\frac{b}{a}}$　　C. $\frac{1}{\sqrt{ab}}$　　D. $\sqrt{\frac{b}{a^3}}$

2. 写出一个能与 $\sqrt{3}$ 合并的二次根式是________.

3. 计算 $\sqrt{27}-\frac{1}{3}\sqrt{18}-\sqrt{12}$ 的结果是________.

4. 计算：$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{4})^2}+\cdots+\sqrt{(\sqrt{2\ 014}-\sqrt{2\ 015})^2}$.

§7.4　二次根式的乘除(一)

课标导航

● 理解二次根式的乘除法法则并会逆向应用，灵活掌握并能运用二次根式乘法法则并进行相关计算.

● 通过本节课的学习，培养学生利用概念解题的严谨性和科学精神.

自主学习，预览新知

1. 算术平方根的积等于____________.

即：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$.

2. 算术平方根的商等于____________.

即：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$.

核心强化，把握新知

例题 计算：$\sqrt{27}\times\sqrt{50}\div\sqrt{6}$.

【解答】解：原式$=3\sqrt{3}\times5\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{1}{6}}=15$.

【点拨】首先化简二次根式，进而利用二次根式的乘除运算法则求出即可.此题主要考查了二次根式的乘除运算，正确化简二次根式是解题关键.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列各式中，计算错误的是 ( )

A. $\sqrt{14}\times\sqrt{7}=7\sqrt{2}$

B. $\sqrt{60}\div\sqrt{5}=2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{9a}+\sqrt{25a}=8\sqrt{a}$

D. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

2. 化简$\sqrt{8}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)$的结果是 ( )

A. -2　　B. $\sqrt{2}-2$

C. 2　　D. $4\sqrt{2}-2$

3. 计算并化简 $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}$，得到的结果是 ( )

A. $6\sqrt{6}$　B. $12\sqrt{3}$　C. $6\sqrt{12}$　D. $12\sqrt{6}$

4. 一块边长为 a 的正方形桌布，平铺在直径为 b $(a>b)$的圆桌上，若桌布四角下垂的最大长度相等，则最大长度为 ( )

A. $\sqrt{2}a-b$　　B. $\sqrt{2}a-\frac{b}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a-\frac{b}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a-b$

5. 在算式$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\square\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$的□中填上运算符号，使结果最大，这个运算符号是 ( )

A. 加号　　B. 减号

C. 乘号　　D. 除号

二、填空题

6. 计算：$\sqrt{3}\times\sqrt{12}=$________.

7. 计算 $\sqrt{84}\div\sqrt{21}$的结果是________.

8. 计算：$\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt{6}=$________.

9. 一个长方形的长和宽分别为 $\sqrt{10}$ 和 $2\sqrt{2}$，则这个长方形的面积为________.

三、解答题

10. 计算：

(1) $2\sqrt{12}\times\frac{3}{4}\div3\sqrt{2}$；

(2) $\frac{\sqrt{27}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$；

(3) $2\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\div5\sqrt{2}$；

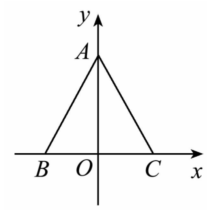
(4) $\frac{1}{2}\sqrt{3}\div\sqrt{\frac{1}{12}}\times\sqrt{27}$；

(5) $\frac{1}{4}\sqrt{8}\div2\sqrt{\frac{1}{2}}\times(-2\sqrt{2})$.

11. 如图所示，在平面直角坐标系中，△ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(0,\sqrt{3})$，$B(-1,0)$，$C(1,0)$.

(1) 试判断△ABC 的形状；

(2) 如果将△ABC 沿着边 BC 旋转，求所得旋转体的体积.



拓展提升

1. 下列各式成立的是　　(　　)

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}=3\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{4.5}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

2. 计算 $2\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\div3\sqrt{2}$ 的结果是　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

3. 如果 $\sqrt{a+2}\cdot\sqrt{a-3}=\sqrt{(a+2)(a-3)}$，那么 a 的取值范围是　　(　　)

A. $a\geqslant-2$　　B. $-2\leqslant a\leqslant3$

C. $a\geqslant3$　　D. a 为一切实数

4. 若三角形的一边长为 $2\sqrt{3}$，面积为 $4\sqrt{6}$，则这条边上的高为________.

5. 已知 x，y 满足方程组 $\begin{cases}x+2y=3+\sqrt{2},\\2x-3y=1-\sqrt{2},\end{cases}$ 则 $3x-y$ 的值为________.

6. 计算:

(1) $2\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\div\sqrt{2}$;

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{18}\div(-\sqrt{3})\times\frac{1}{3}\sqrt{27}$.

学考链接

1. 下列各式正确的是 ( )

A. $\sqrt{3}+4\sqrt{2}=5\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{27}\div\sqrt{3}=3$

C. $2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{(-3)^2}=\pm3$

2. 计算 $\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{27}$ 的结果是________.

3. 一个长方体的塑料容器中装满水,该塑料容器的底面是长为 $4\sqrt{3}$ cm,宽为 $3\sqrt{2}$ cm 的长方形,现将塑料容器内的一部分水倒入一个底面半径为 $2\sqrt{2}$ cm 的圆柱形玻璃容器中,玻璃容器的水面高度上升了 $3\sqrt{2}$ cm.求长方形塑料容器中的水面下降的高度(注意:π 取 3).

§7.4　二次根式的乘除(二)

课标导航

● 在有理数的混合运算及整式的混合运算的基础上,使学生了解二次根式的混合运算与以前所学知识的关系,在比较中求得方法,并能熟练地进行二次根式的混合运算.

● 对二次根式的混合运算与整式的混合运算及数的混合运算做比较,要注意运算的顺序及运算律在计算过程中的作用.

自主学习,预览新知

二次根式混合运算按照先________后________的顺序进行.

二次根式的混合运算可以仿照单项式乘多项式和多项式乘多项式的法则进行计算.

核心强化，把握新知

例题1 计算：$\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{27})$.

【解答】原式 $=\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}+3\sqrt{3})$

$=\sqrt{3}\times4\sqrt{3}$

$=12$.

【点拨】先把 $\sqrt{27}$ 化简，再把括号内合并，然后进行二次根式的乘法运算. 本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

例题2 计算：$(\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})$.

【解答】原式 $=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

$=\sqrt{3}\times(3-1)$

$=2\sqrt{3}$.

【点拨】先把后面括号内提出 $\sqrt{3}$，然后利用平方差公式计算. 本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式.

知能训练，夯实新知

小贴士

选择题：解选择题的原则是既要注意题目的特点，充分应用供选择的答案所提供的信息，又要有效地排除错误答案可能造成的干扰.

填空题：解填空题的原则是“小题不能大做”，基本策略是“巧解”，合情推理、优化思路、少算多思是快速、准确地解填空题的基本要求.

解答题：解解答题要注重通性通法，要求一次性运算准确，“宁慢勿粗”，同时要注意分步解答题目的形式，仔细审题，不可疏忽.

基础达标

一、选择题

1. 下列各式中，计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{5}-\sqrt{2}=\sqrt{3}$

B. $\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

D. $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=3$

2. 计算 $(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{7}+\sqrt{5})$ 的结果是（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$

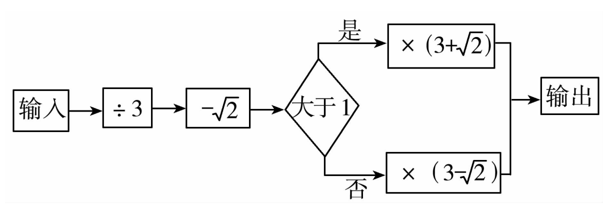
C. 2　　D. -2

3. 计算 $(4\sqrt{2}-3\sqrt{6})\div2\sqrt{2}$ 的结果是（　　）

A. $2-\frac{3}{2}\sqrt{3}$　　B. $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

4. 按如图所示的运算程序，若输入数字“9”，则输出的结果是（　　）



A. 7　　B. $11-6\sqrt{2}$　　C. 1　　D. $11-3\sqrt{2}$

二、填空题

5. 计算:$(\sqrt{24}+\sqrt{\frac{1}{6}})\times\sqrt{6}=$________.

6. 计算:$(3\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}-1)=$________.

7. 计算:$(2-2\sqrt{3})^2=$____________.

8. 已知 $a=\sqrt{2\ 019}-1$,则 a^2+2a+1 的值是________.

三、解答题

9. 计算:

(1) $\sqrt{12}\times(\sqrt{75}+3\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{48})$;

(2) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-2)^2$;

(3) $(1-\sqrt{2})^{2\ 007}\cdot(1+\sqrt{2})^{2\ 008}$;

(4) $(2\sqrt{3}+\sqrt{6})(2\sqrt{3}-\sqrt{6})$;

(5) $(\sqrt{15}-\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{15}+\sqrt{5}-\sqrt{3})$.

10. 已知 $x=2-\sqrt{3}$,$y=2+\sqrt{3}$,求下列代数式的值:

(1) $x^2+2xy+y^2$;

(2) x^2-y^2.

拓展提升

1. 下列各式中,计算正确的是 ( )

A. $a^6\div a^3=a^2$　　B. $3\sqrt{\frac{a}{3}}=\sqrt{a}$

C. $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}=5\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{2}$

2. 化简 $(\sqrt{3}-2)^{2\ 002}\cdot(\sqrt{3}+2)^{2\ 003}$ 的结果为 ( )

A. $-\sqrt{3}-2$　　B. $\sqrt{3}-2$

C. $\sqrt{3}+2$　　D. -1

3. 计算 $(3\sqrt{2}-\sqrt{12})(\sqrt{3}+\sqrt{2})\div\sqrt{6}$ 的结果为 ( )

A. $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　B. 1

C. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

4. 已知 $\sqrt{20n}$ 是正整数,则整数 n 的最小值为________.

5. 计算 $(\sqrt{18}-\sqrt{8})\times\sqrt{2}$ 的结果是________.

6. 计算：

(1)$(\sqrt{24}-\sqrt{2})-(\sqrt{8}+\sqrt{6})$；

(2)$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2$.

学考链接

1. 下列各式中，计算正确的是　　(　　)

A. $\sqrt{18}\div\sqrt{6}=3$

B. $(1-\sqrt{2})^2=3-2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$

D. $(-2\sqrt{5})^2=10$

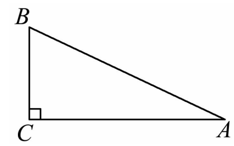
2. 计算：$(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})=$________.

3. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{10}+\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{10}-\sqrt{2}$. 求：

(1)Rt△ABC 的面积；

(2)斜边 AB 的长；

(3)AB 边上的高.



学校________ 班级________ 姓名________ 得分________

弥 封 线

第六章达标检测(A 卷)

(时间:45 分钟)

一、选择题

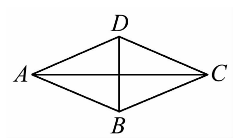
1. 菱形的对角线不一定具有的性质是 (　　)

A. 互相平分　　B. 互相垂直

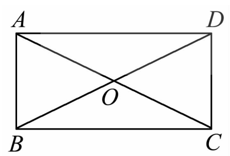
C. 每一条对角线平分一组对角　　D. 相等

2. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,已知两条对角线 $AC=24$,$BD=10$,则此菱形的边长是 (　　)

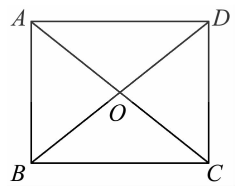
A. 11　　B. 13　　C. 15　　D. 17



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

3. 如图所示,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 交于点 O. 若 $AC=4$,$\angle AOD=120°$,则 BC 的长为 (　　)

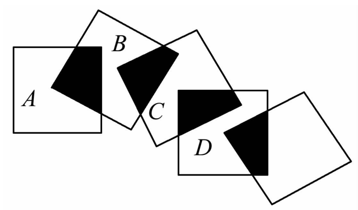
A. $4\sqrt{3}$　　B. 4　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 2

4. 如图所示,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 交于点 O. 若 $\angle BAO=55°$,则 $\angle AOD$ 的度数为 (　　)

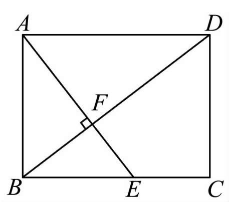
A. 110°　　B. 115°　　C. 120°　　D. 125°

5. 将 5 个边长都是 2 cm 的正方形按如图所示方式摆放,点 A,B,C,D 分别是四个正方形对角线的交点,则阴影部分的面积为 (　　)

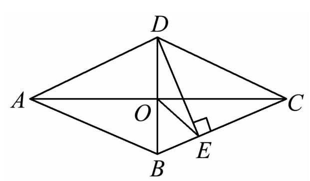
A. 2 cm^2　　B. 4 cm^2　　C. 6 cm^2　　D. 8 cm^2



第 5 题图



第 6 题图



第 8 题图

6. 如图所示,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=3$,$BC=4$,$AE\perp BD$ 于点 F,则线段 AF 的长是 (　　)

A. 3　　B. 2.5　　C. 2.4　　D. 2

7. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形,下列结论错误的是 (　　)

A. 当 $\angle ABC=90°$ 时,它是矩形　　B. 当 $AB=BC$ 时,它是菱形

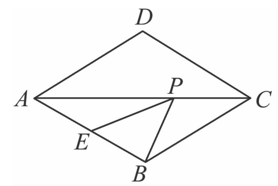
C. 当 $AC\perp BD$ 时,它是菱形　　D. 当 $AC=BD$ 时,它是正方形

8. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,AC 交 BD 于点 O,$DE\perp BC$ 于点 E,连接 OE. 若 $\angle BCD=50°$,则 $\angle OED$ 的度数是 (　　)

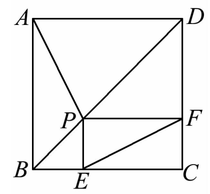
A. 35°　　B. 30°　　C. 25°　　D. 20°

9. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,$AB=4$,$\angle BAD=60°$,点 E 是 AB 的中点,点 P 是对角线 AC 上的一个动点,则 $PE+PB$ 的最小值为 (　　)

A. 4　　B. 5　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{5}$



第 9 题图



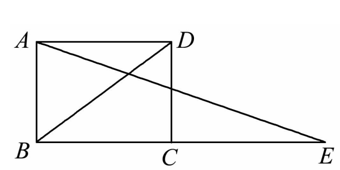
第 10 题图

10. 如图所示,点 P 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点,$PE\perp BC$ 于点 E,$PF\perp CD$ 于点 F,连接 EF,给出下列四个结论:①$AP=EF$;②$\triangle APD$ 一定是等腰三角形;③$\angle PFE=\angle BAP$;④$PD=\sqrt{2}EC$. 其中正确结论的序号是 (　　)

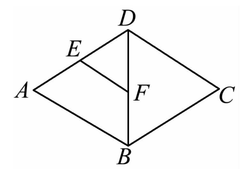
A. ①②④　　B. ②④　　C. ①②③　　D. ①③④

二、填空题

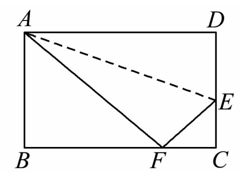
11. 如图所示,延长矩形 $ABCD$ 的边 BC 至点 E,使 $CE=BD$,连接 AE. 若 $\angle E=20°$,则 $\angle ADB$ 的度数是________.



第 11 题图



第 12 题图

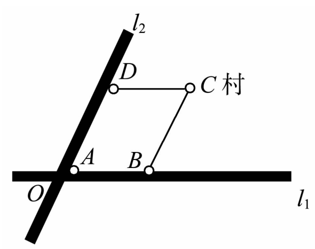


第 13 题图

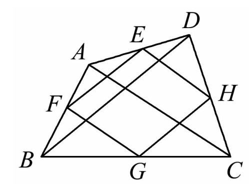
12. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别是 AD,BD 的中点. 若 $EF=2$,则菱形 $ABCD$ 的周长是________.

13. 如图所示,矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠,使点 D 落在 BC 边上的点 F 处. 如果 $\angle BAF=60°$,则 $\angle DAE$ 的度数是________.

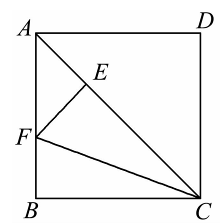
14. 如图所示,两条笔直的公路 l_1,l_2 相交于点 O,村庄 C 的村民在公路的旁边建三个加工厂 A,B,D. 已知 $AB=BC=CD=DA=5$ 千米,村庄 C 到公路 l_1 的距离为 4 千米,则村庄 C 到公路 l_2 的距离是________.



第 14 题图



第 15 题图



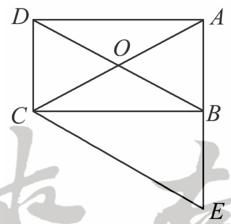
第 16 题图

15. 如图所示,连接四边形 $ABCD$ 各边的中点,得到四边形 $EFGH$,还要添加条件________,才能保证四边形 $EFGH$ 是矩形.

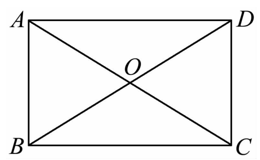
16. 如图所示,在正方形 $ABCD$ 中,AC 为对角线,点 F 在 AB 上,$FE\perp AC$ 于点 E,连接 CF. 若 $AE=6$,$\triangle EFC$ 的周长为 24,则 CF 的长为________.

三、解答题

17. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，过点 C 作 $CE\parallel BD$，并交 AB 的延长线于点 E，则 $\triangle ACE$ 是等腰三角形吗？请说明理由.



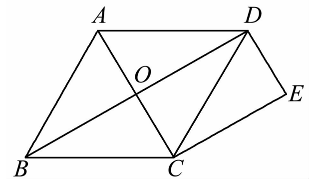
18. 如图所示，矩形 $ABCD$ 的两条对角线 AC，BD 相交于点 O，$\angle AOD=120^{\circ}$，$AB=2$. 求矩形边 BC 的长和矩形 $ABCD$ 的面积.



19. 如图所示，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，点 E 是菱形外一点，$DE\parallel AC$，$CE\parallel BD$.

(1)求证：四边形 $DECO$ 是矩形；

(2)连接 AE 交 BD 于点 F，当 $\angle ADB=30^{\circ}$，$DE=3$ 时，求菱形 $ABCD$ 的面积.



20. (1)如图 1 所示，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 AB 上一点，F 是 AD 延长线上一点，且 $DF=BE$. 求证：$CE=CF$；

(2)如图 2 所示，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 AB 上一点，G 是 AD 上一点，如果 $\angle GCE=45^{\circ}$，请你利用(1)的结论证明：$GE=BE+GD$.

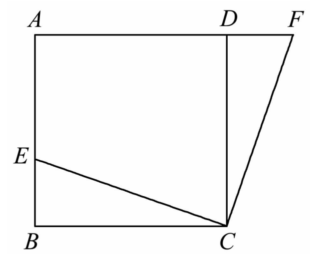


图 1

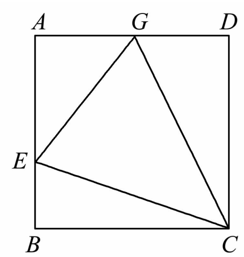


图 2

得分________ 姓名________ 班级________ 学校________

弥 封 线

第六章达标检测(B 卷)

(时间:45 分钟)

一、选择题

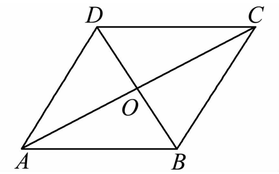
1. 正方形具有而菱形不一定具有的特征是 (　　)

A. 对角线互相垂直平分　　B. 内角和为 360°

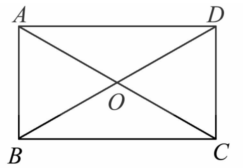
C. 对角线相等　　D. 对角线平分内角

2. 如图所示,菱形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 的长分别为 8 和 6,则这个菱形的周长是 (　　)

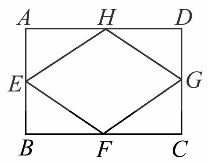
A. 20　　B. 24　　C. 40　　D. 48



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

3. 如图所示,矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O. 若 $AB=2$,$\angle ACB=30^\circ$,则矩形的面积为 (　　)

A. $4\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 4　　D. $2\sqrt{3}$

4. 如图所示,四边形 $ABCD$ 为矩形,点 E,F,G,H 分别为 AB,BC,CD,DA 的中点,则四边形 $EFGH$ 的形状是 (　　)

A. 平行四边形　　B. 矩形　　C. 菱形　　D. 正方形

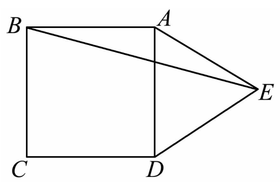
5. 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,能判定它是矩形的条件是 (　　)

A. $OA=OC$,$OB=OD$　　B. $AB=BC$,$AO=CO$

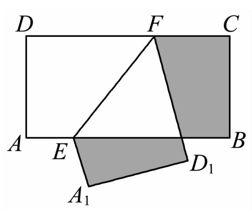
C. $OA=OC$,$OB=OD$,$AC\perp BD$　　D. $OA=OB=OC=OD$

6. 如图所示,在正方形 $ABCD$ 的外侧作等边三角形 ADE,则$\angle BED$ 的度数为 (　　)

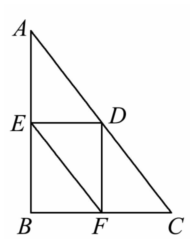
A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

7. 如图所示,在长方形纸片 $ABCD$ 中,$AB=2$,$BC=1$,点 E,F 分别在 AB,CD 上,将纸片沿 EF 折叠,使点 A,D 分别落在点 A_1,D_1 处,则阴影部分图形的周长为 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

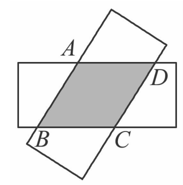
8. 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,$AB=8$,$BC=6$,$AC=10$,点 D 为边 AC 上一动点,$DE\perp AB$ 于点 E,$DF\perp BC$ 于点 F,则 EF 的最小值为 (　　)

A. 2.4　　B. 3　　C. 4.8　　D. 5

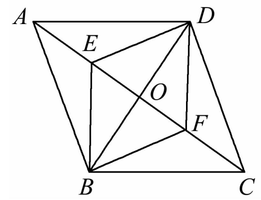
9. 如图所示,剪两张对边平行的纸片随意交叉叠放在一起,转动其中一张,重合部分构成一个四边形,则下列结论不一定成立的是 (　　)

A. $\angle DAB+\angle ABC=180^\circ$　　B. $AB=BC$

C. $AB=CD$,$AD=BC$　　D. $\angle ABC=\angle ADC$,$\angle BAD=\angle BCD$



第 9 题图



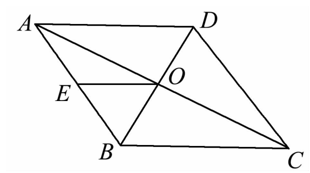
第 10 题图

10. 如图所示,点 O 是菱形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 的交点,点 E,F 分别是 OA,OC 的中点. 下列结论:①$S_{\triangle ADE}=S_{\triangle EOD}$;②四边形 $BFDE$ 也是菱形;③四边形 $ABCD$ 的面积为 $EF\times BD$;④$\angle ADE=\angle EDO$;⑤$\triangle DEF$ 是轴对称图形. 其中正确的结论有 (　　)

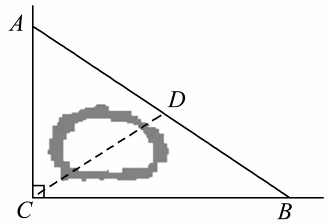
A. 5 个　　B. 4 个　　C. 3 个　　D. 2 个

二、填空题

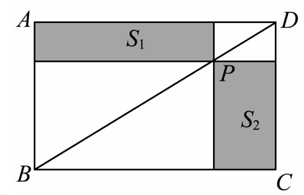
11. 如图所示,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O. 若 $AB=8$,点 E 是 AB 的中点,则 OE 的长为________.



第 11 题图



第 12 题图

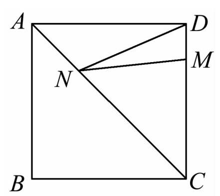


第 13 题图

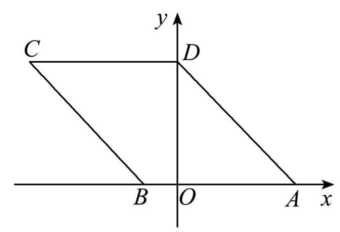
12. 笔直的公路 AB,AC,BC 如图所示,AC,BC 互相垂直,AB 的中点 D 与点 C 被建筑物隔开,若测得 AC 的长为 3 km,BC 的长为 4 km,则 C,D 之间的距离为________km.

13. 如图所示,P 为矩形 $ABCD$ 对角线 BD 上一点,过点 P 作矩形两边的平行线,则图中阴影部分的面积 S_1________S_2(填“>”“<”或“=”).

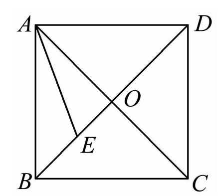
14. 如图所示,正方形 $ABCD$ 的边长为 8,点 M 在边 DC 上,且 $DM=2$,点 N 为对角线 AC 上任意一点,则$DN+MN$ 的最小值为________.



第 14 题图



第 15 题图



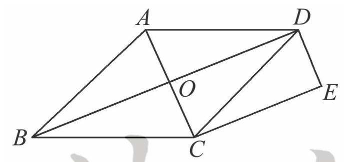
第 16 题图

15. 如图所示,在平面直角坐标系中,若菱形 $ABCD$ 的顶点 A,B 的坐标分别为$(4,0)$,$(-1,0)$,点 D 在 y 轴上,则点 C 的坐标是________.

16. 如图所示,正方形 $ABCD$ 的边长为 2,对角线 AC,BD 相交于点 O,AE 平分$\angle BAC$ 交 BD 于点 E,则 DE 的长为________.

三、解答题

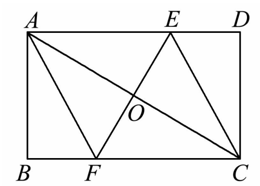
17. 如图所示，点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点，作 $DE /\!/ AC$，$CE /\!/ BD$，DE，CE 交于点 E，四边形 $OCED$ 是矩形吗？说说你的理由.



18. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 AD，AC，BC 于点 E，O，F，连接 CE 和 AF.

(1)求证：四边形 $AECF$ 为菱形；

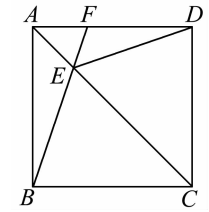
(2)若 $AB=4$，$BC=8$，求菱形 $AECF$ 的周长.



19. 如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，AC 为对角线，E 为 AC 上一点，连接 EB，ED.

(1)问：EB 与 ED 有何关系？请说明理由；

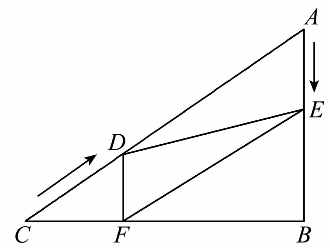
(2)延长 BE 交 AD 于点 F，当 $\angle BED=120^\circ$ 时，求 $\angle EFD$ 的度数.



20. 如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^\circ$，$AC=60$ cm，$\angle C=30^\circ$，点 D 从点 C 出发沿 CA 方向以 4 cm/s 的速度向点 A 匀速运动，同时点 E 从点 A 出发沿 AB 方向以 2 cm/s 的速度向点 B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动. 设点 D，E 运动的时间是 t 秒($0<t\leqslant 15$). 过点 D 作 $DF\perp BC$ 于点 F，连接 DE，EF.

(1)用 t 表示线段 CD，AE 的长，并证明 $AE=DF$；

(2)四边形 $AEFD$ 能够成为菱形吗？如果能，求出相应的 t 值，如果不能，说明理由.



得分________

姓名________

班级________

学校________

弥 封 线

第七章达标检测(A 卷)

(时间:45 分钟)

一、选择题

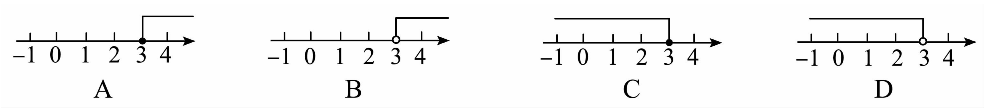
1. 下列各式中,一定是二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{-3}$ B. $\sqrt{x}$ C. $\sqrt{x^2+1}$ D. $\sqrt{x-1}$

2. 化简 $\sqrt{20}$ 的结果是 ( )

A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{2}$

3. 如果式子 $\sqrt{2x-6}$ 有意义,那么将 x 的取值范围在数轴上表示出来,正确的是 ( )



4. 下列各式计算正确的是 ( )

A. $\sqrt{25}=\pm5$ B. $(-\sqrt{3})^2=3$ C. $\sqrt{(-6)^2}=-6$ D. $(\sqrt{-4})^2=-4$

5. 下列二次根式中,能与 $\sqrt{3}$ 合并的是 ( )

A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{24}$ C. $\sqrt{32}$ D. $\sqrt{\frac{3}{4}}$

6. 二次根式 $\sqrt{(-3)^2\times5}$ 的计算结果是 ( )

A. $3\sqrt{5}$ B. $-3\sqrt{5}$ C. 5 D. 15

7. 在将式子 $\frac{m}{\sqrt{m}}(m>0)$ 化简时,

小明的方法是:$\frac{m}{\sqrt{m}}=\frac{m\cdot\sqrt{m}}{\sqrt{m}\cdot\sqrt{m}}=\frac{m\sqrt{m}}{m}=\sqrt{m}$;

小亮的方法是:$\frac{m}{\sqrt{m}}=\frac{(\sqrt{m})^2}{\sqrt{m}}=\sqrt{m}$;

小丽的方法是:$\frac{m}{\sqrt{m}}=\frac{\sqrt{m^2}}{\sqrt{m}}=\sqrt{\frac{m^2}{m}}=\sqrt{m}$.

则下列说法正确的是 ( )

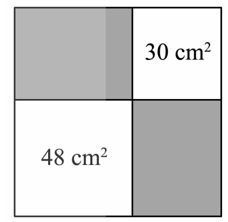
A. 小明、小亮的方法正确,小丽的方法不正确 B. 小明、小丽的方法正确,小亮的方法不正确

C. 小明、小亮、小丽的方法都正确 D. 小明、小丽、小亮的方法都不正确

8. 如果 $\sqrt{x(x-6)}=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-6}$,那么 x 的取值范围是 ( )

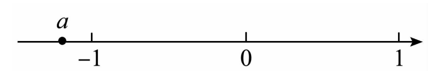
A. $x\geqslant0$ B. $x\geqslant6$ C. $0\leqslant x\leqslant6$ D. x 为一切实数

9. 如图所示,从一个大正方形中截去面积为 30 cm² 和 48 cm² 的两个小正方形,则余下阴影部分的面积为 ( )



A. 78 cm² B. $(4\sqrt{3}+\sqrt{30})^2$ cm² C. $12\sqrt{10}$ cm² D. $24\sqrt{10}$ cm²

10. 已知实数 a 在数轴上的位置如图所示,则化简 $|1+a|+\sqrt{a^2}$ 的结果为 ( )



A. 4 B. 1 C. $1-2a$ D. $-2a-1$

二、填空题

11. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围是________.

12. 化简 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ 的结果是________.

13. 计算 $3\sqrt{5}-\sqrt{20}$ 的结果是________.

14. 已知 $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$,$b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$,则 $a^2-2ab+b^2$ 的值为________.

15. 一个三角形的三边的长分别是 $\sqrt{2}$,1,$\sqrt{3}$,则这个三角形的面积是________.

16. 符号"$*$"表示一种新的运算,规定 $a*b=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{\frac{a}{b}}$,求 $3*5$ 的值为________.

三、解答题

17. 化简:

(1) $\sqrt{40}$; (2) $\sqrt{\frac{4}{3}}$;

(3) $\sqrt{45a^2b}(a>0,b>0)$；

(4) $\sqrt{\frac{1}{8x^3}x^2}(x>0)$.

18. 计算：

(1) $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{3}$；

(2) $\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\div\frac{1}{\sqrt{2}}$；

(3) $\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{18}+(\sqrt{2}-1)^2$；

(4) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{1}{2}}$.

19. 已知一个矩形相邻的两边长分别为 a，b，且 $a=\frac{1}{2}\sqrt{32}$，$b=\frac{1}{3}\sqrt{18}$.

(1)求此矩形的周长；

(2)求与此矩形面积相等的正方形的对角线的长.

20. 观察下列各式：①$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$，②$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$；③$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$……

(1)请观察规律，并写出第④个等式：________________；

(2)请用含 $n(n\geqslant1)$ 的式子写出你猜想的规律：____________________；

(3)请证明(2)中的结论.

学校________ 班级________ 姓名________ 得分________

弥 封 线

第七章达标检测(B 卷)

(时间:45 分钟)

一、选择题

1. 下列式子中,是最简二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

2. 如果 $\frac{\pi}{\sqrt{x-1}}$ 有意义,那么 x 的取值范围是 ( )

A. $x>1$ B. $x\geqslant1$ C. $x\leqslant1$ D. $x<1$

3. 估算 $\sqrt{10}$ 的值的范围是 ( )

A. 2 与 3 之间 B. 3 与 4 之间 C. 4 与 5 之间 D. 5 与 6 之间

4. 若 $\sqrt{m}$ 与 $\sqrt{5}$ 可以合并,则 m 可以是 ( )

A. 0.5 B. 0.4 C. 0.3 D. 0.2

5. 二次根式 $\sqrt{(-3)^2\times5}$ 的计算结果是 ( )

A. $3\sqrt{5}$ B. $-3\sqrt{5}$ C. 5 D. 15

6. 小明做了四道题:①$(-\sqrt{2})^2=2$;②$\sqrt{(-2)^2}=-2$;③$\sqrt{2^2}=\pm2$;④$(\sqrt{2^2})^2=4$. 其中正确的有 ( )

A. ①②③④ B. ①②④ C. ②④ D. ①④

7. 若 $\sqrt{\frac{x}{1-x}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$ 成立,则 x 的取值范围为 ( )

A. $x\geqslant0$ B. $0\leqslant x<1$ C. $x<1$ D. $x\geqslant0$ 或 $x<1$

8. 化简 $|3-\pi|+\sqrt{(\pi-4)^2}$ 的结果是 ( )

A. 1 B. -1 C. 7 D. -7

9. 下列关于 $\sqrt{12}$ 的叙述,错误的是 ( )

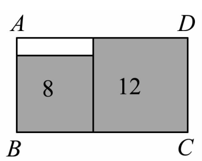
A. $\sqrt{12}$ 是有理数

B. 面积为 12 的正方形的边长是 $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

D. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{12}$ 的点

10. 如图所示,在矩形 $ABCD$ 中无重叠地放入面积分别为 8 cm^2 和 12 cm^2 的两张正方形纸片,则图中空白部分的面积为 ( )



A. $4\sqrt{3}$ cm^2 B. $(8\sqrt{3}-12)$ cm^2 C. $(4\sqrt{6}-8)$ cm^2 D. $(4\sqrt{6}+12)$ cm^2

二、填空题

11. 计算:$(\sqrt{5})^2=$________;$\sqrt{(-5)^2}=$________;$\sqrt{9}=$________.

12. 若 $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}$,则 $x+y$ 的值是________.

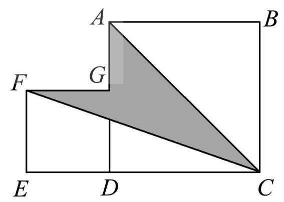
13. 计算 $(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)$ 的结果是________.

14. 若 $\sqrt{(a-3)^2}=3-a$,则 a 的取值范围是________.

15. 若 a,b 是实数,式子 $\sqrt{2b+6}$ 和 $|a-2|$ 互为相反数,则 $(a+b)^{2012}$ 的值是________.

16. 黄金比 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$________$\frac{1}{2}$(填“>”“<”或“=”).

17. 如图所示,正方形 $ABCD$ 的面积为 25 cm^2,正方形 $DEFG$ 的面积为 9 cm^2,则阴影部分的面积为________cm^2.



18. 若 $a<\sqrt{13}<b$,且 a,b 为连续正整数,则 b^2-a^2 的值是________.

三、解答题

19. 化简:

(1) $\sqrt{25\cdot16}$; (2) $\sqrt{81}$;

(3) $\sqrt{4xy}$; (4) $\sqrt{16x^2}$.

20. 计算：

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{12}-(3\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{2})$；

(2) $\frac{1}{2}a\sqrt{ab^2}\div 4a\sqrt{\frac{a}{b}}$；

(3) $3\sqrt{18}\times\frac{\sqrt{3}}{6}\div 2\sqrt{6}$；

(4) $(3+\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{3}})\div\sqrt{3}$.

21. 先化简，再求值：$(\frac{a}{a-b}-1)\div\frac{b}{a^2-b^2}$，其中 $a=\sqrt{3}+1$，$b=\sqrt{3}-1$.

22. 某公路规定汽车行驶的速度不得超过每小时 70 千米，当发生交通事故时，交通警察通常根据刹车后车轮滑过的距离估计车辆行驶的速度，所用的经验公式是 $v=16\sqrt{df}$，其中 v(千米/小时)表示车速，d(米)表示刹车后车轮滑过的距离，f 表示摩擦系数. 经测量，$d=20$ 米，$f=1.25$，请你帮助判断一下肇事汽车当时的速度是否超出了规定的速度.

23. 阅读材料：把分母中的根号化掉叫作分母有理化，例如：

① $\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$；② $\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1\times(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2}=\sqrt{2}+1$ 等运算都是分母有理化. 根据上述材料，

(1) 化简：$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$；

(2) 计算：$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{9}}$.

参 考 答 案

课时训练答案

第六章　特殊平行四边形

§6.1　菱形的性质与判定(一)

基础达标

1.A　2.C　3.C　4.D　5.C

6.6　7.$4\sqrt{7}$　8.25°　9.105°

拓展提升

1.$8\sqrt{3}$　2.18　3.$2\sqrt{2}$

4.(1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AO=CO$，$AB\parallel CD$.

∴$\angle EAO=\angle FCO$，$\angle AEO=\angle CFO$.

在△OAE 和△OCF 中，$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO,\\ AO=CO,\\ \angle AOE=\angle COF,\end{cases}$

∴△AOE≌△COF(ASA).∴$AE=CF$；

(2)解：∵点 E 是 AB 的中点，∴$BE=AE=CF$.

∵$BE\parallel CF$，∴四边形 $BEFC$ 是平行四边形.

∵$AB=2$，∴$EF=BC=AB=2$.

学考链接

证明：(1)连接 AC，在菱形 $ABCD$ 中，

∵$\angle B=60°$，∴$AB=BC=CD$，$\angle C=180°-\angle B=120°$.

∴△ABC 是等边三角形.

∵点 E 是 BC 的中点，∴$AE\perp BC$.

∵$\angle AEF=60°$，∴$\angle FEC=90°-\angle AEF=30°$.

∴$\angle CFE=180°-\angle FEC-\angle ECF=180°-30°-120°=30°$.

∴$\angle FEC=\angle CFE$.

∴$EC=CF$.∴$BE=DF$；

(2)连接 AC，∵△ABC 是等边三角形，

∴$AB=AC$，$\angle ACB=60°$.∴$\angle B=\angle ACF=60°$.

∵$AD\parallel BC$，∴$\angle AEB=\angle EAD=\angle EAF+\angle FAD=60°+\angle FAD$，$\angle AFC=\angle D+\angle FAD=60°+\angle FAD$.

∴$\angle AEB=\angle AFC$.

在△ABE 和△ACF 中，$\begin{cases}\angle B=\angle ACF,\\ \angle AEB=\angle AFC,\\ AB=AC,\end{cases}$

∴△ABE≌△ACF(AAS).∴$AE=AF$.

∵$\angle EAF=60°$，∴△AEF 是等边三角形.

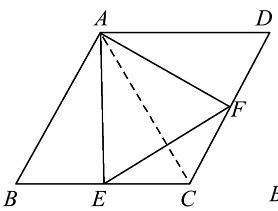


图 1

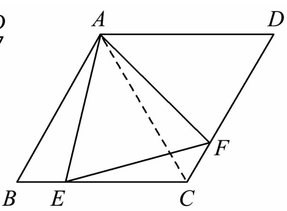


图 2

§6.1　菱形的性质与判定(二)

基础达标

1.B　2.D　3.C　4.$18\sqrt{3}$　5.$AB=AD$(答案不唯一)

6.平行四边形 $ABCD$ 是菱形.理由如下：

∵$PE\perp AB$，$PF\perp AD$，且 $PE=PF$，

∴AC 是$\angle DAB$ 的角平分线.

∴$\angle DAC=\angle CAE$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$DC\parallel AB$.

∴$\angle DCA=\angle CAB$.∴$\angle DAC=\angle DCA$.

∴$DA=DC$.∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

7.(1)证明：∵$AB=AC$，∴$\angle B=\angle BCA$.

∵AD 平分$\angle FAC$，∴$\angle FAD=\angle B$.

∴$AD\parallel BC$.∴$\angle D=\angle DCE$.

∵CD 平分$\angle ACE$，

∴$\angle ACD=\angle DCE$.∴$\angle D=\angle ACD$.

∴$AC=AD$；

(2)证明：∵$\angle B=60°$，$AB=AC$，

∴△ABC 为等边三角形.∴$AB=BC$，$\angle ACB=60°$，$\angle FAC=\angle ACE=120°$.∴$\angle BAD=\angle BCD=120°$.

∴$\angle B=\angle D=60°$. ∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵$AB=BC$,∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

拓展提升

1.(1)证明:∵$AB/\!/CD$,∴$\angle OAB=\angle DCA$.

∵AC 为$\angle DAB$ 的平分线,∴$\angle OAB=\angle DAC$.

∴$\angle DCA=\angle DAC$. ∴$CD=AD=AB$.

∵$AB/\!/CD$,∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵$AD=AB$,∴四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)解:∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴$OA=OC$,$BD\perp AC$.

∵$CE\perp AB$,∴$OE=OA=OC$.

∵$BD=2$,∴$OB=\frac{1}{2}BD=1$.

在 Rt$\triangle AOB$ 中,$AB=\sqrt{5}$,$OB=1$,

∴$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2$. ∴$OE=OA=2$.

2.(1)证明:如图所示,

∵AE 平分$\angle BAD$,∴$\angle 1=\angle 2$.

∵$AB=AD$,$AE=AE$,

∴$\triangle BAE\cong\triangle DAE$. ∴$BE=DE$.

∵$AD/\!/BC$,∴$\angle 2=\angle 3=\angle 1$.

∴$AB=BE$. ∴$AB=BE=DE=AD$.

∴四边形 $ABED$ 是菱形;

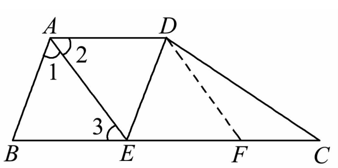
(2)解:$\triangle CDE$ 是直角三角形,理由如下:如图,过点 D 作 $DF/\!/AE$ 交 BC 于点 F,则四边形 $AEFD$ 是平行四边形,∴$DF=AE$,$AD=EF=BE$.

∵$CE=2BE$,∴$BE=EF=FC$. ∴$DE=EF$.

又∵$\angle ABC=60°$,$AB/\!/DE$,∴$\angle DEF=60°$.

∴$\triangle DEF$ 是等边三角形. ∴$DF=EF=FC$.

∴$\triangle CDE$ 是直角三角形.



3.(1)证明:∵点 D,E 分别是边 AB,BC 的中点,

∴DE 是$\triangle ABC$ 的中位线,$BC=2CE$.

∴$DE/\!/AC$.

∵$AF/\!/BC$,∴四边形 $ACEF$ 是平行四边形.

∵$BC=2AC$,∴$CE=AC$.

∴四边形 $ACEF$ 是菱形;

(2)$AB=\sqrt{3}AC$.

4.(1)证明:∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴$AD=BC$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90°$,点 E 是 BC 边的中点,

∴$AE=\frac{1}{2}BC=CE$.

同理:$AF=\frac{1}{2}AD=CF$.

∴$AE=CE=AF=CF$.

∴四边形 $AECF$ 是菱形;

(2)解:连接 EF 交 AC 于点 O,如图所示,在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90°$,$\angle B=30°$,$BC=10$,

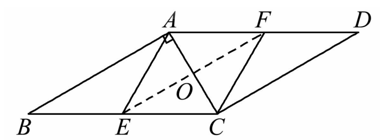
∴$AC=\frac{1}{2}BC=5$,$AB=\sqrt{3}AC=5\sqrt{3}$.

∵四边形 $AECF$ 是菱形,∴$AC\perp EF$,$OA=OC$.

∴OE 是$\triangle ABC$ 的中位线.

∴$OE=\frac{1}{2}AB=\frac{5\sqrt{3}}{2}$. ∴$EF=5\sqrt{3}$.

∴菱形 $AECF$ 的面积$=\frac{1}{2}AC\cdot EF=\frac{1}{2}\times5\times5\sqrt{3}=\frac{25\sqrt{3}}{2}$.



学考链接

(1)证明:由题意知$\angle FDC=\angle DCA=90°$,

∴$EF/\!/CA$. ∴$\angle AEF=\angle EAC$.

∵$AF=CE=AE$,∴$\angle F=\angle AEF=\angle EAC=\angle ECA$.

又∵$AE=EA$,∴$\triangle AEC\cong\triangle EAF$.

∴$EF=CA$. ∴四边形 $ACEF$ 是平行四边形;

(2)当$\angle B=30°$时,四边形 $ACEF$ 是菱形. 理由如下:

∵$\angle B=30°$,$\angle ACB=90°$,∴$AC=\frac{1}{2}AB$.

∵DE 垂直平分 BC,∴$BE=CE$.

又∵$AE=CE$,∴$EC=\frac{1}{2}AB$.

∴$AC=CE$.

∴四边形 $ACEF$ 是菱形.

§6.2 矩形的性质与判定(一)

基础达标

1. A　2. B　3. C　4. D　5. A

6. 12　7. 5　8. 4 个

9. 证明:∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$AB=CD$,$\angle A=\angle D$.

∵$AE=DF$,∴$AE+EF=DF+EF$,即 $AF=DE$.

在$\triangle BAF$ 和$\triangle CDE$ 中,$\begin{cases}AB=DC,\\ \angle A=\angle D,\\ AF=DE,\end{cases}$

∴$\triangle BAF\cong\triangle CDE$(SAS). ∴$BF=CE$.

拓展提升

1. D　2. B　3. C

4. (1)∵四边形 $ABCD$ 是矩形,∴$AB/\!/CD$.

∴$\angle FAE=\angle CDE$.

∵点 E 是 AD 的中点,∴$AE=DE$.

又∵$\angle FEA=\angle CED$,∴$\triangle FAE\cong\triangle CDE$.

∴$CD=FA$.

又∵$CD/\!/AF$,∴四边形 $ACDF$ 是平行四边形;

(2)$BC=2CD$.

证明：$\because CF$ 平分 $\angle BCD$，$\therefore \angle DCE=45^\circ$.

$\because \angle CDE=90^\circ$，$\therefore \triangle CDE$ 是等腰直角三角形.

$\therefore CD=DE$.

$\because$ 点 E 是 AD 的中点，$\therefore AD=2CD$.

$\because AD=BC$，$\therefore BC=2CD$.

5. 证明：(1)$\because$ 点 D,E,F 分别是 AB,BC,CA 的中点，

$\therefore DE,EF$ 都是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore EF/\!/AB$，$DE/\!/AC$.

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形；

(2)$\because$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形，$\therefore \angle DEF=\angle BAC$.

$\because$ 点 D,F 分别是 AB,CA 的中点，AH 是边 BC 上的高，

$\therefore DH=AD$，$FH=AF$.

$\therefore \angle DAH=\angle DHA$，$\angle FAH=\angle FHA$.

$\because \angle DAH+\angle FAH=\angle BAC$，$\angle DHA+\angle FHA=\angle DHF$，$\therefore \angle DHF=\angle BAC$. $\therefore \angle DHF=\angle DEF$.

学考链接

(1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB/\!/CD$.

$\therefore \angle OCF=\angle OAE$.

在 $\triangle OCF$ 和 $\triangle OAE$ 中，$\begin{cases}\angle OCF=\angle OAE,\\ \angle COF=\angle AOE,\\ CF=AE,\end{cases}$

$\therefore \triangle COF\cong\triangle AOE$(AAS). $\therefore OE=OF$；

(2)解：如图所示，连接 OB，

$\because BE=BF$，$OE=OF$，$\therefore BO\perp EF$.

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BEO$ 中，$\angle BEF+\angle ABO=90^\circ$.

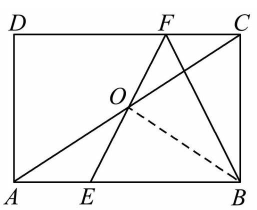
$\because OA=OC$，$\angle ABC=90^\circ$，$\therefore OA=OB=OC$.

$\therefore \angle BAC=\angle ABO$.

又 $\because \angle BEF=2\angle BAC$，即 $2\angle BAC+\angle BAC=90^\circ$，

解得 $\angle BAC=\angle ABO=30^\circ$.

$\therefore \angle ACB=90^\circ-\angle BAC=60^\circ$.



§6.2 矩形的性质与判定(二)

基础达标

1. A 2. D 3. B 4. B 5. B 6. 60 7. 18

8. 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AD/\!/BC$.

$\therefore \angle DAB+\angle ABC=180^\circ$.

$\because AF,BF$ 分别平分 $\angle DAB$ 与 $\angle ABC$，

$\therefore \angle FAB=\frac{1}{2}\angle DAB$，$\angle FBA=\frac{1}{2}\angle ABC$.

$\therefore \angle FAB+\angle FBA=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle ABC)=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$. $\therefore \angle EFG=90^\circ$. 同理 $\angle G=\angle E=90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

9. 证明：$\because AB=BC$，点 D 为 AC 的中点，

$\therefore BD\perp AC$，$AD=CD$.

$\because$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，$\therefore BE/\!/AD$，$BE=AD$.

$\therefore BE=CD$. $\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形.

$\because BD\perp AC$，$\therefore \angle BDC=90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是矩形.

拓展提升

1. C

2. (1)证明：$\because CE/\!/BD$，$DE/\!/AC$，

$\therefore$ 四边形 $CODE$ 为平行四边形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，$\therefore AC\perp BD$.

$\therefore \angle COD=90^\circ$. $\therefore$ 平行四边形 $CODE$ 是矩形；

(2)解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$\therefore AO=OC=\frac{1}{2}AC=3$，$OD=OB$，$\angle AOB=90^\circ$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，由勾股定理得 $BO^2=AB^2-AO^2$，

$\therefore BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=4$. $\therefore DO=BO=4$.

$\therefore$ 四边形 $CODE$ 的周长 $=2\times(3+4)=14$.

3. (1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$ 且 $AB=CD$，$AD/\!/BC$ 且 $AD=BC$.

$\because$ 点 E,F 分别为 AB,CD 的中点，

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB$，$DF=\frac{1}{2}CD$.

$\therefore BE=DF$. $\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

$\because$ 在 $\triangle ABD$ 中，点 E 是 AB 的中点，

$\therefore AE=BE=\frac{1}{2}AB=AD$.

又 $\because \angle DAB=60^\circ$，$\therefore \triangle AED$ 是等边三角形，即 $DE=AE=AD$.

$\therefore DE=BE$. $\therefore$ 平行四边形 $DEBF$ 是菱形；

(2)四边形 $AGBD$ 是矩形. 理由如下：

$\because AD/\!/BC$ 且 $AG/\!/DB$，$\therefore$ 四边形 $AGBD$ 是平行四边形.

由(1)的证明知 $AD=DE=AE=BE$，

$\therefore \angle ADE=\angle DEA=60^\circ$. $\therefore \angle EDB=\angle DBE=30^\circ$.

$\therefore \angle ADB=90^\circ$.

$\therefore$ 平行四边形 $AGBD$ 是矩形.

学考链接

(1)证明：在菱形 $ABCD$ 中，$OC=\frac{1}{2}AC$，$AC\perp BD$.

又 $\because DE=\frac{1}{2}AC$，$\therefore DE=OC$.

$\because DE/\!/AC$，$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

$\because \angle COD=90^\circ$，$\therefore$ 平行四边形 $OCED$ 是矩形.

$\therefore OE=CD$；

(2)在菱形 $ABCD$ 中，$AB=BC$，$\angle ABC=60^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore AC=AB=8$，$AO=4$.

$\therefore$ 在矩形 $OCED$ 中，$CE=OD=\sqrt{AD^2-AO^2}=4\sqrt{3}$.

又 $\because$ 在矩形 $DOCE$ 中，$\angle OCE=90^\circ$，

$\therefore AE=\sqrt{AC^2+CE^2}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}$.

§6.3 正方形的性质与判定

基础达标

1.D 2.D 3.C 4.22.5° 5.5 6.150°

7.是.

证明：∵$\angle C=90°$，$DE\perp BC$于点E，$DF\perp AC$于点F，

∴四边形$DECF$为矩形，

∵$\angle BAC$，$\angle ABC$的平分线交于点D，

∴$DF=DE$，∴四边形$CFDE$是正方形.

8.证明：∵$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

∴$\angle AED=90°$，$\angle AFD=90°$.

又∵$\angle BAC=90°$，∴四边形$AEDF$是矩形.

在$\triangle BDE$和$\triangle CDF$中，∵$AB=AC$，∴$\angle ABC=\angle ACB$.

∵$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，∴$\angle DEB=\angle DFC$.

又∵点D是BC的中点，∴$BD=DC$.

∴$\triangle BDE\cong\triangle CDF$.

∴$DE=DF$.∴四边形$AEDF$是正方形.

拓展提升

1.90° 2.1或5 3.2 4.2

学考链接

(1)$PB=PQ$.

证明：过点P作$PE\perp BC$，$PF\perp CD$，

∵点P，C为正方形对角线AC上的点，∴PC平分$\angle DCB$.

又∵$\angle DCB=90°$，∴$PF=PE$.

∴四边形$PECF$为正方形.

∵$\angle BPE+\angle QPE=90°$，$\angle QPE+\angle QPF=90°$，

∴$\angle BPE=\angle QPF$.∴$\mathrm{Rt}\triangle PQF\cong\mathrm{Rt}\triangle PBE$.

∴$PB=PQ$；

(2)$PB=PQ$.

证明：过点P作$PE\perp BC$，$PF\perp CD$，

∵点P，C为正方形对角线AC上的点，∴PC平分$\angle DCB$.

又∵$\angle DCB=90°$，∴$PF=PE$.

∴四边形$PECF$为正方形.

∵$\angle BPF+\angle QPF=90°$，$\angle BPF+\angle BPE=90°$，

∴$\angle BPE=\angle QPF$.∴$\mathrm{Rt}\triangle PQF\cong\mathrm{Rt}\triangle PBE$.

∴$PB=PQ$.

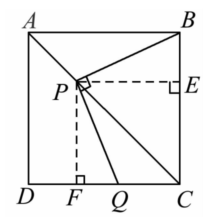


图1

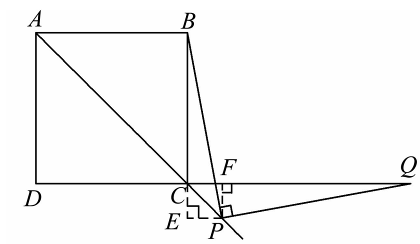


图2

第七章 二次根式

§7.1 二次根式

基础达标

1.C 2.D 3.A 4.$x\geqslant1$ 5.$1\leqslant x\leqslant2$ 6.1

7.(1)9；(2)2.5；(3)18；(4)2.

8.解：$(3\sqrt{5})^2=45$，$(2\sqrt{11})^2=44$.

∵$45>44$，∴$3\sqrt{5}>2\sqrt{11}$.

拓展提升

1.A 2.D 3.2

4.(1)$4x^3$；(2)$32b-16$.

5.解：由题意得，$\begin{cases}x-7\geqslant0,\\7-x\geqslant0,\end{cases}$

∴$x=7$，此时$y=2$.

∴$3x+2y=25$.

∴$\sqrt{3x+2y}=5$.

6.解：由题意得，$\begin{cases}a-2=0,\\b-2a=0,\end{cases}$

∴$a=2$，$b=4$.

∴$\sqrt{b-a}=\sqrt{2}$.

学考链接

1.D 2.9

3.解：由题意得，$\begin{cases}16-n^2\geqslant0,\\n^2-16\geqslant0,\\n+4\neq0,\end{cases}$

∴$n=4$，此时$m=-3$.

∴原式$=(-3+4)^{2\,016}=1$.

§7.2 二次根式的性质(一)

基础达标

1.A 2.A 3.B 4.B 5.$a\geqslant\frac{1}{2}$ 6.1

7.(1)$2\sqrt{3}$；(2)$4\sqrt{3}$；(3)3；(4)$10\sqrt{2}$；

(5)$4\sqrt{2}$；(6)2.

8.(1)3 0.5 0 6 $\frac{3}{4}$ (2)$\sqrt{a^2}=|a|$

(3)①$2-x$ ②$\pi-3.14$

拓展提升

1.A 2.B

3. (1) $\pi-3$；(2) $2ab^2\sqrt{2a}$.

4. 解：∵ $\sqrt{4x^2}=4$，

∴ $4x^2=16$.

解得 $x=\pm 2$.

学考链接

1. D　2. D　3. A

4. 解：当 $2<x<3$ 时，

原式 $=x-2-(x-2)-(3-x)=x-3$.

§7.2　二次根式的性质(二)

基础达标

1. C　2. C　3. B　4. A

5. $3\sqrt{5}$　6. $\sqrt{3}$　7. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$　$\sqrt{5}$

8. (1) $4\sqrt{2}$；(2) $2\sqrt{2}$；(3) $\frac{\sqrt{6}}{2}$；(4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

9. 解：(1) $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$，含有开得尽方的因数，因此不是最简二次根式；

(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，被开方数中含有分母，因此不是最简二次根式；

(3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$，被开方数不含分母，被开方数不含能开得尽方的因数或因式，因此是最简二次根式；

(4) $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，在二次根式的被开方数中，含有小数，不是最简二次根式；

(5) $\sqrt{1\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，被开方数中含有分母，因此不是最简二次根式.

拓展提升

1. D　2. A　3. (1) $\frac{\sqrt{15}}{5}$；(2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$；(3) $\frac{2\sqrt{a}}{a}$.

4. 解：(1) ∵ $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，且 $\sqrt{23-a}$ 与 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式，

∴ $23-a=2$ 时，$a=21$；

$23-a=8$ 时，$a=15$；

$23-a=18$ 时，$a=5$；

$23-a=32$ 时，$a=-9$(不符合题意，舍去)；

∴符合条件的正整数 a 的值为 5，15，21；

(2) 由(1)知，$23-a=50$ 时，$a=-27$；$23-a=72$ 时，$a=-49$；…

∴如果 a 是整数，那么符合条件的 a 有无数个，其中 a 的最大值为 21，没有最小值.

学考链接

1. A　2. $\sqrt{2}+1$

3. (1) $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

(2) 解：原式 $=[(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{2\,016}-\sqrt{2\,015})](\sqrt{2\,016}+1)=(\sqrt{2\,016}-1)(\sqrt{2\,016}+1)=(\sqrt{2\,016})^2-1^2=2\,016-1=2\,015$.

§7.3　二次根式的加减

基础达标

1. C　2. C　3. A　4. C　5. $\sqrt{3}$　6. 1　7. $\sqrt{3}$

8. (1) $-\sqrt{2}$；(2) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$；(3) 2；(4) $\sqrt{3}-3\sqrt{2}$.

拓展提升

1. B　2. B　3. D　4. ②⑤　5. $12\sqrt{5}$

6. (1) $\sqrt{6}-3\sqrt{2}$；(2) $-2\sqrt{3}$；(3) $15\sqrt{3}$；(4) $-\sqrt{2}$.

学考链接

1. A　2. $2\sqrt{3}$(答案不唯一)　3. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

4. 解：原式 $=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})-\cdots-(\sqrt{2\,014}-\sqrt{2\,015})=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\cdots-\sqrt{2\,014}+\sqrt{2\,015}=-1+\sqrt{2\,015}$.

§7.4　二次根式的乘除(一)

基础达标

1. D　2. A　3. B　4. C　5. D

6. 6　7. 2　8. $\frac{1}{3}$　9. $4\sqrt{5}$

10. (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$；(2) 1；(3) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$；(4) $9\sqrt{3}$；(5) $-\sqrt{2}$.

11. 解：(1) ∵ $A(0,\sqrt{3})$，$B(-1,0)$，$C(1,0)$，

∴ $AB=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$，

$AC=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$，

$BC=1+1=2$.

∵ $AB=AC=BC$，

∴△ABC 是等边三角形；

(2) △ABC 沿着边 BC 旋转得到两个圆锥，分别以 AO 为底面半径，BO 和 CO 为高，

∴旋转体体积 $=2\cdot\frac{1}{3}\pi\cdot AO^2\cdot BO=2\times\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{3})^2\times 1=2\pi$.

拓展提升

1. B　2. A　3. C

4. $4\sqrt{2}$　5. 4　6. (1) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$；(2) $-2\sqrt{2}$.

学考链接

1. B　2. $\frac{9}{2}$

3. 解：设长方形塑料容器中水下降的高度为 h，

根据题意，得 $4\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}h=3\times(2\sqrt{2})^2\times 3\sqrt{2}$，

解得 $h=2\sqrt{3}$.

答：长方形塑料容器中的水面下降 $2\sqrt{3}$ cm.

§7.4　二次根式的乘除(二)

基础达标

1. B　2. D　3. A　4. A

5. 13　6. 17　7. $16-8\sqrt{3}$　8. 2 019

9. (1)12；(2)$8-4\sqrt{3}$；(3)$-1-\sqrt{2}$；(4)6；

(5)$7+2\sqrt{15}$.

10. 解：(1)∵$x=2-\sqrt{3}$，$y=2+\sqrt{3}$，

∴$x+y=4$，

∴$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=4^2=16$；

(2)∵$x=2-\sqrt{3}$，$y=2+\sqrt{3}$，

∴$x+y=4$，$x-y=-2\sqrt{3}$，

∴$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$.

拓展提升

1. D　2. C　3. B

4. 5　5. 2　6. (1)$\sqrt{6}-3\sqrt{2}$；(2)$24\sqrt{6}$.

学考链接

1. B　2. -1

3. 解：(1)∵$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{10}+\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{10}-\sqrt{2}$，

∴Rt△ABC 的面积$=\frac{AC\cdot BC}{2}=\frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{2}=4$.

即 Rt△ABC 的面积是 4；

(2)∵$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{10}+\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{10}-\sqrt{2}$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$.

即 AB 的长是 $2\sqrt{6}$；

(3)∵$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{10}+\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{10}-\sqrt{2}$，

$AB=2\sqrt{6}$，

∴AB 边上的高$=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{2\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

即 AB 边上的高是$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

第八章　一元二次方程

§8.1　一元二次方程(一)

基础达标

1. D　2. B　3. B　4. A

5. 2　$-\sqrt{3}$　-1　6. $m\neq2$　7. $a\neq1$　8. $2x^2-7x-9=0$

9. (1)一般形式为 $5x^2-3x=0$，二次项系数为 5，一次项系数为 -3，常数项为 0；

(2)一般形式为 $x^2+(\sqrt{2}-1)x-3=0$，

二次项系数为 1，一次项系数为$\sqrt{2}-1$，常数项为 -3；

(3)一般形式为 $49x^2-14x-2=0$，二次项系数为 49，一次项系数为 -14，常数项为 -2.

拓展提升

1. A　2. -1　1　3. 1

4. 解：原方程化成一般形式为$(a-\sqrt{3})x^2+(a-1)x+1=0$.

∴当 $a\neq\sqrt{3}$时，原方程是一元二次方程.

5. 解：设竹竿的长为 x 尺，由题意，得

$(x-4)^2+(x-2)^2=x^2$，

即 $x^2-12x+20=0$.

解得 $x_1=2$(不合题意，舍去)，$x_2=10$.

∴$x=10$.

答：竹竿的长为 10 尺.

学考链接

1. A　2. B　3. $m\neq-\frac{1}{2}$

§8.1　一元二次方程(二)

基础达标

1. D　2. B　3. A

4. 9　-9　5. -13　6. -1　$1-\sqrt{2}$　7. 2 024

8. 解：把 $x=1$ 代入原方程得

$a+b+3=0$，即 $a+b=-3$.

原式$=a^2-2ab+b^2+4ab=(a+b)^2=9$.

9. 证明：∵关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$中的二次项系数与常数项之和等于一次项系数，

∴$a+c=b$，即 $a-b+c=0$.

当 $x=-1$ 时，$ax^2+bx+c=0$ 变为 $a-b+c=0$，

∴-1 必是该方程的一个根.

拓展提升

1. 1　2. 0　0　3. 2 018　4. 3

学考链接

1. 解：把 $x=1$ 代入原方程，得 $a+b+c=0$.

原式$=2\ 019\times0=0$.

2. 解：把 $x=0$ 代入原方程，得 $a^2-1=0$，即 $a^2=1$.

解得 $a_1=1$(不合题意，舍去)，$a_2=-1$.

∴$a=-1$.

3. 解：把 $x=1$ 代入原方程，得 $1-3+2k=0$，

即 $2k=2$. ∴$k=1$.

§8.2　用配方法解一元二次方程(一)

基础达标

1. B　2. D　3. B

4. (1)1　1　(2)9　3　(3)25　5　(4)22　11

5. $x_1=2$，$x_2=-4$

6. (1)$\frac{p^2}{4}$　$\frac{p}{2}$　(2)$\frac{b^2}{4a^2}$　$\frac{b}{2a}$

7. (1)$x_1=11$，$x_2=-11$；(2)$x_1=7$，$x_2=-1$；

(3)$x_1=\frac{2}{5}$，$x_2=-\frac{12}{5}$；(4) $x_1=5+\sqrt{7}$，$x_2=5-\sqrt{7}$.

拓展提升

1. B

7. $A_1(-10,-4)$，$B_1(-4,2)$，$C_1(-2,0)$或 $A_1(10,4)$，$B_1(4,-2)$，$C_1(2,0)$.

8. 画图略.

拓展提升

1. C　2. 6　3. $(-2,0)$

4. 画图略. $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(2,2)$，$B(6,4)$，$C(4,6)$.

$\triangle A'B'C'$ 三个顶点的坐标分别是 $A'(-1,-1)$，$B'(-3,-2)$，$C'(-2,-3)$.

$\triangle A'B'C'$ 各顶点的坐标分别是将 $\triangle ABC$ 各对应顶点坐标都乘 $-\frac{1}{2}$.

5. 画图略. 有两种情况：① $B'(2,0)$，$C'(2,1)$，$D'(1,1)$；② $B'(0,0)$，$C'(0,-1)$，$D'(1,-1)$.

学考链接

(1)图略；(2)图略；(3)1∶4

达标检测答案

第六章达标检测(A 卷)

1. D　2. B　3. C　4. A　5. B　6. C　7. D　8. C　9. C　10. D

11. 40°　12. 16　13. 15°

14. 4 千米　15. $AC\perp BD$　16. 10

17. $\triangle ACE$ 是等腰三角形.

证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AC=BD$，$CD/\!/AB$，即 $DC/\!/BE$.

∵$BD/\!/CE$，

∴四边形 $DCEB$ 是平行四边形.

∴$BD=CE$.

∴$AC=CE$.

∴$\triangle ACE$ 是等腰三角形.

18. 解：∵$\angle AOD=120°$，

∴$\angle AOB=180°-120°=60°$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle ABC=90°$，$AC=BD$，$OA=OC=\frac{1}{2}AC$，$OB=OD=\frac{1}{2}BD$.

∴$OA=OB$.

∵$\angle AOB=60°$，

∴$\triangle AOB$ 是等边三角形.

∴$OA=OB=AB=2$.

∴$AC=2OA=4$，

在直角 $\triangle ABC$ 中，

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

∴矩形的面积是 $AB\times BC=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

19. (1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，即 $\angle DOC=90°$.

∵$DE/\!/AC$，$CE/\!/BD$，

∴四边形 $DECO$ 是平行四边形.

∴四边形 $DECO$ 是矩形；

(2)解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AO=OC$.

∵四边形 $DECO$ 是矩形，

∴$DE=OC$.

∵$DE=3$，

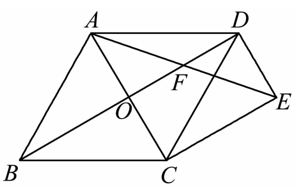
∴$DE=AO=3$.

∵$\angle ADB=30°$，$AC\perp BD$，

∴$OD=3\sqrt{3}$.

∴$AC=6$，$BD=6\sqrt{3}$.

∴菱形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$.



20. 证明：(1)如图 1 所示，在正方形 $ABCD$ 中，

∵$BC=DC$，$\angle B=\angle CDF$，$BE=DF$，

∴$\triangle CBE\cong\triangle CDF$(SAS).

∴$CE=CF$；

(2)如图 2 所示，延长 AD 至点 F，使 $DF=BE$，连接 CF，

由(1)知 $\triangle CBE\cong\triangle CDF$，

∴$\angle BCE=\angle DCF$.

∴$\angle BCE+\angle ECD=\angle DCF+\angle ECD$，

即 $\angle ECF=\angle BCD=90°$.

又∵$\angle GCE=45°$，∴$\angle GCF=\angle GCE=45°$.

∵$CE=CF$，$\angle GCE=\angle GCF$，$GC=GC$，

∴$\triangle ECG\cong\triangle FCG$(SAS).

∴$GE=GF$.

∴$GE=DF+GD=BE+GD$.

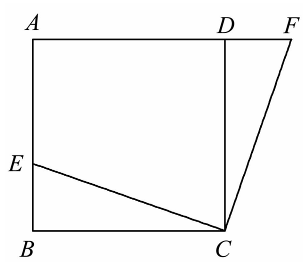


图 1

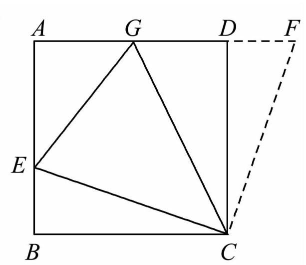


图 2

第六章达标检测(B 卷)

1. C　2. A　3. A　4. C　5. D　6. B　7. D　8. C　9. B　10. B

11. 4　12. $\frac{5}{2}$　13. =　14. 10　15. $(-5,3)$　16. 2

17. 四边形 $OCED$ 是矩形.

证明：$\because DE/\!/AC, CE/\!/BD$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC\perp BD$.

$\therefore DE\perp CE$.

$\therefore \angle E=90°$.

$\therefore$ 平行四边形 $OCED$ 是矩形.

18. (1)证明：$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore AO=OC, \angle AOE=\angle COF=90°$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD/\!/BC$.

$\therefore \angle EAO=\angle FCO$.

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中，

$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO,\\ AO=CO,\\ \angle AOE=\angle COF,\end{cases}$

$\therefore \triangle AEO\cong\triangle CFO$(ASA).

$\therefore OE=OF$.

又 $\because OA=OC$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

又 $\because EF\perp AC$,

$\therefore$ 平行四边形 $AECF$ 是菱形；

(2)解：设 $AF=x$,

$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore AF=CF=x, BF=8-x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABF$ 中，由勾股定理得 $AB^2+BF^2=AF^2$,

即 $4^2+(8-x)^2=x^2$.

解得 $x=5$.

$\therefore AF=5$.

$\therefore$ 菱形 $AECF$ 的周长为 20.

19. (1)$EB=ED$.

证明：在正方形 $ABCD$ 中，$AB=AD, \angle BAC=\angle DAC=45°$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 中，

$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle BAE=\angle DAE,\\ AE=AE,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ADE$(SAS).

$\therefore EB=ED$;

(2)解：$\because \triangle ABE\cong\triangle ADE$,

$\therefore \angle AEB=\angle AED$.

$\therefore \angle BEC=\angle DEC$.

$\because \angle BED=120°$,

$\therefore \angle BEC=\angle DEC=60°$.

$\because \angle AEF=\angle BEC=60°$(对顶角相等)，

$\angle EAD=45°$,

$\therefore \angle EFD=60°+45°=105°$.

20. 证明：(1)由题意得 $AE=2t, CD=4t$.

$\because DF\perp BC$,

$\therefore \angle CFD=90°$.

$\because \angle C=30°$,

$\therefore DF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 4t=2t$.

$\therefore AE=DF$;

(2)四边形 $AEFD$ 能够成为菱形. 理由如下：

由(1)知，$AE=DF$.

$\because DF\perp BC$,

$\therefore \angle CFD=\angle B=90°$.

$\therefore DF/\!/AE$.

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

当 $AE=AD$ 时，四边形 $AEFD$ 是菱形.

$\because AC=60, CD=4t$,

$\therefore AD=60-4t$.

$\therefore 2t=60-4t$.

$\therefore t=10$.

$\therefore$ 当 $t=10$ s 时，四边形 $AEFD$ 是菱形.

第七章达标检测(A 卷)

1. C　2. C　3. A　4. B　5. D　6. A　7. C　8. B　9. D　10. D

11. $x\geqslant 1$　12. $\sqrt{3}$　13. $\sqrt{5}$

14. 8　15. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　16. $\frac{6\sqrt{15}}{5}$

17. 解：(1)原式 $=2\sqrt{10}$;

(2)原式 $=\sqrt{\frac{4\times 3}{3\times 3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(3)原式 $=\sqrt{9a^2\cdot 5b}=3a\sqrt{5b}$;

(4)原式 $=x^2\sqrt{\frac{2x}{16x^4}}=\frac{\sqrt{2x}}{4}$.

18. 解：(1)原式 $=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}=4\sqrt{3}$;

(2)原式 $=\frac{\sqrt{3\times 6}}{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$;

(3)原式 $=\sqrt{\frac{1}{2}\times 18}+2-2\sqrt{2}+1=3+3-2\sqrt{2}=6-2\sqrt{2}$;

(4)原式 $=5-3+\sqrt{2\times 2}=2+2=4$.

19. 解：(1)矩形的周长：$(\frac{1}{2}\sqrt{32}+\frac{1}{3}\sqrt{18})\times 2=(2\sqrt{2}+\sqrt{2})\times 2=3\sqrt{2}\times 2=6\sqrt{2}$;

(2)矩形的面积：$\frac{1}{2}\sqrt{32}\times\frac{1}{3}\sqrt{18}=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$.

故与此矩形面积相等的正方形的对角线的长$\sqrt{4\times2}=2\sqrt{2}$.

20. 解：(1)$\sqrt{4+\frac{1}{6}}=5\sqrt{\frac{1}{6}}$；

(2)$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$；

(3)$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=\sqrt{\frac{n^2+2n}{n+2}+\frac{1}{n+2}}=\sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n+2}}=$

$\sqrt{\frac{(n+1)^2}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

第七章达标检测(B卷)

1.C 2.A 3.B 4.D 5.A 6.D 7.B 8.A 9.A 10.C

11.5 5 3 12.1 13.6 14.$a\leqslant3$

15.1 16.> 17.$\frac{19}{2}$ 18.7

19. 解：(1)$\sqrt{25\cdot16}=\sqrt{25}\times\sqrt{16}=5\times4=20$；

(2)$\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$；

(3)$\sqrt{4xy}=\sqrt{2^2xy}=2\sqrt{xy}$；

(4)$\sqrt{16x^2}=\sqrt{(4x)^2}=4|x|$.

20. 解：(1)原式$=\sqrt{3}-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{2}=-\sqrt{2}$；

(2)原式$=\frac{1}{2}a\div4a\sqrt{ab^2\div\frac{a}{b}}=\frac{1}{8}\sqrt{ab^2\times\frac{b}{a}}=\frac{b}{8}\sqrt{b}$；

(3)原式$=(3\times\frac{1}{6}\div2)\sqrt{18\times3\div6}=\frac{1}{4}\sqrt{9}=\frac{3}{4}$；

(4)原式$=(3+2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3})\div\sqrt{3}=(3+\frac{5\sqrt{3}}{3})\div\sqrt{3}=\sqrt{3}+\frac{5}{3}$.

21. 解：原式$=\frac{b}{a-b}\times\frac{(a+b)(a-b)}{b}=a+b$.

当$a=\sqrt{3}+1,b=\sqrt{3}-1$时，原式$=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}$.

22. 解：$v=16\sqrt{df}=16\times\sqrt{20\times1.25}=16\times5=$
80(千米/小时)>70(千米/小时).

答：肇事汽车当时的速度超出了规定的速度.

23. 解：(1)原式$=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$；

(2)原式$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{10}-\sqrt{9}=\sqrt{10}-1$.

第八章达标检测(A卷)

1.D 2.A 3.D 4.A 5.D 6.D 7.A 8.D 9.C 10.A

11.3 12.$x_1=3,x_2=2$ 13.2

14.$(80+2x)(50+2x)=5\ 400$ 15.3或-5

16.$x_1=1,x_2=-2$

17. 解：(1)∵$(x-2)^2-4=0$，

∴$x-2=\pm2$.

∴$x=2\pm2$.

∴$x=4$或$x=0$；

(2)∵$2x^2+4x-1=0$，

∴$a=2,b=4,c=-1$.

∴$\Delta=16+8=24$.

∴$x=\frac{-4\pm\sqrt{24}}{4}=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$；

(3)∵$x(x-3)=x+5$，∴$x^2-4x-5=0$.

整理，得$(x-5)(x+1)=0$.

∴$x-5=0$或$x+1=0$.

∴$x=5$或$x=-1$；

(4)∵$2(2x-3)=3x(2x-3)$，

∴$2(2x-3)-3x(2x-3)=0$，

∴$(2x-3)(2-3x)=0$，

∴$x=\frac{3}{2}$或$x=\frac{2}{3}$.

18. 解：(1)当$m=3$时，

$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times3=-8<0$，

∴原方程无实数根；

(2)当$m=-3$时，

原方程为$x^2+2x-3=0$.

∵$(x-1)(x+3)=0$，

∴$x-1=0,x+3=0$.

∴$x_1=1,x_2=-3$.

19. 解：(1)设这两年我县投入城市公园建设经费的年平均增长率为x，根据题意，得

$2(1+x)^2=2.88$.

解得$x_1=0.2=20\%,x_2=-2.2$(舍去).

答：这两年我县投入城市公园建设经费的年平均增长率是20%；

(2)$2.88\times(1+20\%)=3.456$(亿元).

答：2020年我县城市公园建设经费约为3.456亿元.

20. (1)230；

(2)解：设该纪念品的销售单价为x元($x>40$)，则当天的销售量为$[280-(x-40)\times10]$件，

依题意，得$(x-30)[280-(x-40)\times10]=2\ 610$.

整理，得$x^2-98x+2\ 301=0$.

解得$x_1=39$(不合题意，舍去)，$x_2=59$.

答：当该纪念品的销售单价为59元时，该产品当天的销售利润是2 610元；

(3)不能，理由如下：

设该纪念品的销售单价为y元($y>40$)，则当天的销售量为$[280-(y-40)\times10]$件，

依题意，得$(y-30)[280-(y-40)\times10]=3\ 700$.

整理，得$y^2-98y+2\ 410=0$.

∵$\Delta=(-98)^2-4\times1\times2\ 410=-36<0$，

∴该方程无实数解，即该纪念品的当天销售利润不能达到3 700元.